Série VIII. — Tome IX. N° 4. Avril 1948.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

DISPOSITIF DE SYNCHRONISATION AUTOMATIQUE DU CYCLOTRON

Par Pierre DEBRAINE.
Ingénieur E. P. C. I., Chef du Groupe du Cyclotron au C. E. A.
et Čestmír ŠÍMÁNĚ.
Ingénieur de l'École Polytechnique de Brno.

Sommaire. — L'objet de la présente étude est la réalisation d'un dispositif de synchronisation du cyclotron, permettant de faire fonctionner cet appareil avec la plus grande régularité possible. L'appareil réalisé se compose de deux parties. La première partie est un régulateur du champ magnétique dont on peut facilement commander la position de régulation par variation d'une tension appliquée à l'entrée. La deuxième partie est un dispositif permettant de commander le régulateur pour effectuer une exploration continuelle du champ magnétique, effectuant une surveillance des réactions de l'intensité du faisceau d'ions à l'exploration précédente et faisant varier la valeur moyenne du champ magnétique dans le sens voulu pour obtenir la stabilisation à la valeur du champ magnétique donnant le faisceau maximum. Cette stabilisation ne dépend que de la réalisation du maximum, elle ne fait intervenir aucun autre élément.

Le fonctionnement du cyclotron dépend d'une manière extrêmement critique de la réalisation d'une condition dite « de synchronisme » entre la valeur du champ magnétique et celle de la fréquence de la tension accélératrice appliquée entre les électrodes. D'autres facteurs interviennent également, mais ils sont assez stables et nous n'aurons pas à nous en occuper ici. Les deux facteurs considérés interviennent de la même manière, mais en pratique c'est le réglage du champ magnétique qui est le plus important, car la fréquence peut être maintenue relativement stable tandis que le champ magnétique est susceptible de varier notablement. Ceci est dû au fait que l'électro-aimant est alimenté par un groupe convertisseur, branché sur le secteur, et que la stabilité de ce dernier est loin d'être suffisante. L'oscillateur fournissant la tension accélératrice se compose d'un maître oscillateur non stabilisé spécialement et d'un étage de puissance alimentant le circuit résonant du cyclotron. Par suite de la surtension élevée de ce circuit résonant la fréquence est relativement stable, mais peut cependant varier quelque peu au cours du temps.

Par suite des considérations précédentes, on voit que le facteur principal intervenant dans le réglage du cyclotron est le champ magnétique. On appelle courbe de réponse la courbe de l'intensité du faisceau d'ions accélérés en fonction du champ magnétique. Cette courbe présente un maximum qui correspond à la synchronisation exacte, et des pentes différentes de part et d'autre du synchronisme. Une variation de la fréquence déplace la courbe parallèlement à l'axe des abscisses, en modifiant l'amplitude par suite du déréglage de la ligne résonante, tandis qu'une variation des paramètres n'agissant pas sur le synchronisme n'influe que sur l'amplitude.

Initialement la commande du champ magnétique se faisait de la manière suivante : l'opérateur avait à sa disposition un rhéostat situé au pupitre de commande; ce rhéostat était une fraction du rhéostat d'excitation de la dynamo alimentant l'électro-aimant et permettait en faisant varier l'excitation de se rendre maître de la tension aux bornes de la dynamo, donc de l'intensité du courant passant dans l'électro-aimant, donc du champ magnétique. La surveillance se faisait en utilisant les indications

de deux appareils de mesure différents : un galvanomètre à grande sensibilité indiquant les variations du courant de l'électro-aimant autour de la valeur normale d'utilisation et un microampèremètre mesurant l'intensité du faisceau d'ions arrivant sur la cible. Après avoir déterminé la valeur de l'intensité du courant dans l'électroaimant donnant le faisceau maximum, il fallait surveiller l'intensité du faisceau, et, en cas de diminution de cette intensité, voir d'après les indications du galvanomètre si cette diminution était due à une croissance ou à une décroissance du champ magnétique, de façon à agir dans le sens convenable pour retrouver le synchronisme. Indépendamment de la fatigue occasionnée à l'opérateur par suite de la tension d'esprit continuelle qui est nécessaire, ce mode de réglage est mauvais car un opérateur humain dose difficilement son action et introduit une surcompensation qui se rattrape en surcompensant en sens inverse : il y a ainsi création d'oscillations qu'il est assez difficile d'amortir.

Nous avons alors pensé à utiliser un dispositif de régulation automatique du champ magnétique, ou, ce qui revient au même, de l'intensité du courant d'alimentation de l'électro-aimant. En réalité, comme les caractéristiques du circuit de l'électro-aimant sont constantes une fois l'état de régime atteint, il suffit d'assurer une stabilisation de la tension de la dynamo pour avoir un champ magnétique stable. Le régulateur ainsi conçu doit avoir une réponse rapide de façon à compenser efficacement les variations qui peuvent se produire; il doit avoir une action variant comme l'écart instantané entre la valeur à obtenir et la valeur actuelle de façon à ne pas introduire d'oscillations parasites; enfin, on doit pouvoir régler facilement la valeur à laquelle doit se stabiliser la tension, c'est-à-dire que l'on doit pouvoir assurer facilement la « poursuite ». Ce dernier terme, utilisé dans le domaine des servomécanismes, indique que le régulateur doit tendre à se stabiliser à toute valeur qui lui est indiquée par l'extérieur; cette poursuite pouvant être continue ou occasionnelle suivant les cas.

L'appareil qui sera décrit ci-dessous donne entièrement satisfaction au point de vue de la régulation du champ magnétique. La poursuite est assurée par une tension, réglable au moyen d'un potentiomètre, appliquée à l'entrée de l'appareil. L'intérêt de la poursuite est le suivant : comme on fait une régulation de tension et que l'on désire une régulation d'intensité, il est nécessaire de pouvoir changer le point de régulation pendant la période où les caractéristiques de l'électroaimant varient (cette période est celle qui suit la mise en route de l'alimentation de l'électroaimant, avant que l'état de régime ne soit atteint); d'autre part, lors des variations de la fréquence de la tension accélératrice il est nécessaire de pouvoir changer légèrement la valeur du champ magnétique pour maintenir le synchronisme. Le dispositif de poursuite permet ainsi une retouche manuelle du réglage. Une grosse amélioration sur le réglage entièrement manuel est ainsi obtenue : diminution considérable des interventions de l'opérateur et en tout cas action beaucoup plus douce donnant moins lieu à la création d'oscillations.

Cependant, étant donné un réglage du régulateur fournissant un faisceau déterminé, on ne sait pas si l'on est au réglage optimum du synchronisme. Pour le savoir, il faudrait agir sur le dispositif de poursuite et explorer le voisinage du point auquel on est réglé; il serait alors possible d'agir en conséquence. Comme la fréquence de la tension accélératrice est susceptible de varier à tout instant, il faudrait faire cette exploration en permanence. Ceci est impossible par action manuelle sur le potentiomètre assurant la poursuite car l'exploration serait de trop grande amplitude et l'on serait toujours déréglé.

Nous avons réalisé un appareil effectuant les opérations décrites ci-dessus. Cet appareil dont on trouvera la description ci-après permet de rester toujours automatiquement réglé de façon à assurer la réalisation du synchronisme. Le faisceau prend alors d'après ce que nous avons vu plus haut sa valeur maximum eu égard aux valeurs des paramètre autres que ceux intervenant dans la synchronisation, pour une valeur déterminée de la fréquence. Comme ces autres paramètres ne nécessitent pas un réglage constant, une fois quela synchronisation est assurée en toute sécurité, il est possible d'agir sur eux pour améliorer le fonctionnement. Ceci est très difficile tant que la synchronisation n'est pas assurée avec sécurité, car les fluctuations qui se produisent troublent les résultats obtenus par action sur les autres paramètres.

Pour voir les conditions que doit remplir un tel appareil, imaginons un opérateur capable de faire une exploration de très petite amplitude et analysons les opérations qu'il ferait. Supposons qu'au début, la synchronisation exacte ne soit pas réalisée; l'opérateur fait croître un peu le champ magnétique et s'aperçoit que l'intensité du faisceau augmente; d'après la forme de la courbe de réponse vis-à-vis de la variation du champ magnétique qui possède un maximum, il en déduit qu'il est au-dessous de la valeur assurant la synchronisation exacte; il fait croître un peu le champ magnétique (s'il avait initialement fait décroître le champ magnétique, la décroissance de l'intensité du faisceau l'aurait amené à la même conclusion et il aurait réagi en faisant croître le champ magnétique). Dans la nouvelle position, il recommence les mêmes opérations. De proche en proche il arrive jusqu'au maximum. Les variations faites à cheval sur le maximum donnent une réponse du faisceau qui est caractéristique

(changement de sens de la variation du faisceau); tant que l'opérateur observe cet effet, il n'agit pas, mais continue à effectuer les variations de faible amplitude. Ceci lui permet de vérifier à tout instant qu'il est bien au maximum. Si initialement il y avait eu décroissance de l'intensité du faisceau par croissance du champ magnétique (ou croissance du faisceau par décroissance du champ magnétique), l'opérateur en aurait déduit qu'il était au-dessus de la valeur assurant la synchronisation exacte et il aurait réagi en faisant décroître le champ magnétique. De proche en proche il serait arrivé au maximum. Supposons maintenant que la synchronisation exacte soit obtenue pour une valeur donnée de la fréquence de la tension accélératrice; l'opérateur observe la variation caractéristique du maximum. Si la fréquence varie, la synchronisation n'est plus assurée et l'aspect de la variation du faisceau change, indiquant à l'opérateur s'il est au-dessus ou au-dessous de la valeur assurant le synchronisme. Il peut alors agir dans le sens convenable. Il faut que l'exploration soit de très petite amplitude de façon que lorsque la synchronisation est réalisée les variations de l'intensité du faisceau dues à l'exploration ne soient pas gênantes pour l'utilisation de l'appareil.

D'après cette analyse nous voyons que l'appareil doit être capable de provoquer l'exploration du champ, ceci par action sur le dispositif de poursuite du régulateur, de déceler le sens des variations correspondantes de l'intensité du faisceau d'ions, de faire varier la valeur moyenne autour de laquelle se fait l'exploration, dans un sens qui dépend du résultat des opérations précédentes, de déceler le passage par le maximum et de maintenir la valeur moyenne fixe lors du passage par ce maximum. Toutes ces opérations doivent de plus s'effectuer dans le minimum de temps possible et l'amplitude de l'exploration doit être la plus petite possible pour ne pas perturber le fonctionnement, tout en étant suffisamment grande pour permettre à l'appareil de voir le résultat de son action.

L'ensemble constitué par le régulateur et par l'appareil de commande constitue un dispositif de synchronisation automatique du cyclotron qui fonctionne parfaitement. Dans ce qui suit nous allons décrire successivement ces deux appareils.

I. Dispositif de régulation automatique du champ magnétique.

L'électro-aimant est alimenté par un groupe convertisseur comprenant un moteur asynchrone branché sur le secteur, une dynamo à excitation indépendante et une excitatrice shunt. Ces trois appareils sont montés sur le même arbre. Afin d'augmenter l'action régulatrice nous agissons sur le rhéostat d'excitation de l'excitatrice pour assurer la commande du champ magnétique.

Le régulateur est basé sur le principe suivant : l'excitation de l'excitatrice est asservie de telle façon qu'une variation de tension de la génératrice se traduise par une variation de cette excitation dans le sens qui tend à s'opposer à la variation initiale. Le processus étant valable quel que soit le sens de la variation, la seule position d'équilibre est celle qui correspond à la valeur de réglage choisie Ainsi que nous l'avons vu plus haut il est d'ailleurs nécessaire de prévoir un dispositif permettant de changer cette valeur de réglage à son gré.

Nous allons maintenant étudier en détail les différentes parties constitutives du régulateur.

1. **Commande de l'excitation de l'excitatrice.** — Cette commande se fait en introduisant une résistance variable dans le circuit d'excitation de l'excitatrice (*fig.* 1). Cette résistance doit être rendue variable par commande extérieure. Ceci peut être réalisé de différentes manières : on peut commander un rhéostat à curseur par un servomoteur (régulateur Brown-Boveri) ou bien court-circuiter une résistance fixe pendant des intervalles de temps périodiques de grandeur variable (régulateur Tirrill). Nous avons préféré utiliser une solution électronique qui grâce au manque d'inertie qui en résulte permet une action plus rapide.

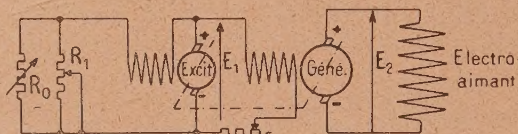


Fig. 1. — Principe de la commande du groupe convertisseur.

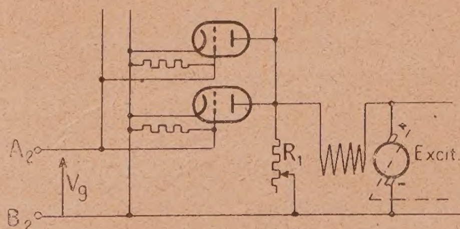


Fig. 2. — Commande du groupe convertisseur par variation de la résistance interne de tubes électroniques.

Le circuit utilisé est représenté figure 2. La résistance variable R_0 de la figure 1 est remplacée par n triodes montées en parallèle. Dans notre cas $n = 3$, les triodes sont des 6L6 montées en triodes.

On peut facilement montrer que dans le montage indiqué la tension fournie par l'excitatrice est une

fonction pratiquement linéaire de la tension appliquée sur les grilles des triodes, tout au moins tant que l'on utilise la partie linéaire des caractéristiques des lampes. La commande de l'excitatrice se fait ainsi facilement en agissant sur la tension grille des lampes.

2. **Commande de la tension de la génératrice.** — Par suite de la constitution du circuit, on voit que si la tension de l'excitatrice est une fonction sensiblement linéaire de la tension grille des lampes, il en sera de même de la tension de la génératrice. Autrement dit, en agissant sur la tension grille des triodes, il est possible de se rendre maître de la tension de la génératrice. Remarquons qu'une loi linéaire n'est pas nécessaire pour le but que nous poursuivons, cependant il est préférable d'avoir une réponse sensiblement linéaire afin d'avoir une action qui soit toujours du même ordre de grandeur.

3. **Commande de la tension grille de contrôle par la génératrice.** — Jusqu'ici nous avons vu la possibilité de faire varier la tension E_2 de la génératrice en agissant sur la tension V_g. Il faut

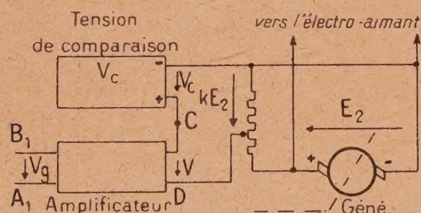


Fig. 3. — Principe du régulateur.

que cette action soit faite automatiquement et dans le sens convenable par la génératrice elle-même. Pour cela nous utilisons le montage de la figure 3 Un potentiomètre P permet d'obtenir une tension

$$v_1 = kE_2.$$

Cette tension est mise en opposition avec une tension de comparaison V_c et la tension résultante

$$v = kE_2 - V_c$$

est appliquée à l'entrée d'un amplificateur qui fournit à la sortie une tension

$$V_g = v_{g0} + Kv.$$

On choisit k et V_c de telle façon que $E_2 = E_{20}$, où E_{20} est la valeur à laquelle on veut se régler, lorsque $v = 0$. Il y a intérêt à ce que la valeur de k soit la plus voisine possible de 1 ainsi que nous le verrons plus loin, ce qui amène à utiliser une tension d'opposition du même ordre de grandeur que la tension de fonctionnement de la génératrice. Ceci étant fait, on coupe les connexions C et D, on court-circuite l'entrée de l'amplificateur et l'on relie les points A_1 et B_1 de la figure 3 aux points A_2 et B_2 de la figure 2. On règle la polarisation initiale des triodes de façon à avoir un fonctionnement correct et l'on agit sur le rhéostat d'excitation de la génératrice de façon que la tension de cette machine soit égale à la valeur de réglage E_{20}. On supprime alors le court-circuit de l'entrée de l'amplificateur et l'on rétablit les connexions C et D. Rien ne bouge puisque la tension de la génératrice est égale à E_{20} et que pour cette valeur la tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur est nulle.

Supposons que pour une cause quelconque la tension de la génératrice devienne égale à $E_{20} + \Delta E_2$. Une tension $\Delta v = k \Delta E_2$ apparaît à l'entrée de l'amplificateur, ce qui se traduit par l'apparition d'une tension $V_g = V_{g0} + K \Delta v$ sur les grilles des triodes. V_{g0} est la polarisation initiale des triodes qui a été réglée tout à l'heure et K est le gain de l'amplificateur. Les connexions sont faites de telle façon qu'une augmentation de la tension d'entrée amène une diminution de la tension de la génératrice et *vice versa*. Il en résulte que toute variation de la tension de la génératrice tend à se compenser et que le système se retrouve pratiquement en équilibre lorsque $\Delta v = 0$, c'est-à-dire lorsque la tension de la génératrice a repris la valeur E_{20}.

4. **Réglage de la tension d'équilibre.** — Ainsi que nous l'avons vu plus haut, il est nécessaire de pouvoir changer la valeur de la tension d'équilibre à son gré; pour cela il faut utiliser un dispositif à poursuite. Les paramètres sur lesquels il est possible d'agir pour assurer cette poursuite sont k et V_c puisque c'est le réglage de ces deux grandeurs qui permet de se fixer à la valeur d'équilibre. Les autres réglages ne modifient pas notablement le fonctionnement du régulateur tant que l'on ne cherche pas à introduire de trop grandes variations, ce qui est notre cas, et en tout cas n'influent pratiquement pas sur la valeur d'équilibre.

Il n'est d'ailleurs pas équivalent d'agir sur k et sur V_c car les variations appliquées à l'entrée de l'amplificateur sont multipliées par k, ce qui les réduit d'autant plus que k est plus petit. Il est évident qu'il y a intérêt à ce que k soit le plus grand possible pour avoir la plus grande réactivité possible du régulateur. En pratique il n'est pas nécessaire que k soit égal à 1, mais il n'est pas avantageux de s'éloigner trop de cette valeur. Comme nous ne cherchons pas à introduire de très grandes variations de la valeur de réglage il est généralement suffisant d'agir sur k après avoir choisi convenablement V_c au début. Dans le cas où il y aurait lieu d'introduire des variations plus importantes il serait possible d'agir sur V_c.

Dans ce qui précède nous avons considéré un réglage manuel de la tension d'équilibre par action sur V_c ou sur k. On peut aussi utiliser une poursuite

automatique en introduisant une tension en série avec V_c. C'est ce qui sera fait dans le dispositif de synchronisation automatique qui sera décrit ci-dessous. Voici un autre exemple : supposons que nous voulions régler l'intensité dans le circuit de l'électro-aimant, nous pourrions utiliser le système suivant qui a d'ailleurs déjà été utilisé en réalité La tension obtenue aux bornes du shunt de mesure de l'intensité passant dans l'électro-aimant est mise en opposition avec une tension convenablement choisie et le circuit se referme sur un galvanomètre (on a encore ici un dispositif à poursuite jouant pour l'intensité le même rôle que le dispositif décrit plus haut pour la tension). Le spot du galvanomètre éclaire deux cellules photoélectriques en montage différentiel débitant dans un potentiomètre monté en série avec la tension d'opposition V_c du régulateur de tension. La tension d'opposition du circuit ampèremétrique est réglée de telle façon que pour la valeur d'équilibre de l'intensité les cellules soient éclairées symétriquement. Si l'intensité varie les cellules sont éclairées différemment et il apparaît une tension aux bornes du potentiomètre qui commande la poursuite de la tension de la génératrice. Cette tension varie jusqu'à ce que l'intensité ait repris sa valeur d'équilibre. En pratique le circuit ampèremétrique devrait être un peu plus compliqué afin d'éviter que le galvanomètre n'introduise des perturbations.

5. **Amplificateur.** — L'amplificateur doit remplir un certain nombre de conditions. Ce doit être un amplificateur à courant continu donnant une tension de sortie égale à une valeur donnée V_{g0} lorsque la tension d'entrée est nulle; cette valeur V_{g0} doit pouvoir être facilement réglable; si la tension d'entrée devient égale à Δv (quel que soit le signe de Δv) la tension de sortie doit devenir égale à

$$V_g = V_{g0} + K\,\Delta v,$$

où K est sensiblement constant. De plus l'amplificateur ne doit pas introduire de variations étrangères qui perturberaient la marche du régulateur. En particulier, il ne doit pas être sensible à des variations de son alimentation, aussi bien du côté chauffage des lampes que du côté alimentation haute tension.

Ces considérations nous ont amené à utiliser un montage en pont de Wheatstone symétrique de façon que des variations de l'alimentation se répercutant sur les deux lampes introduisent le moins possible de variations résultantes à la sortie. Le schéma est indiqué figure 4. Le potentiomètre $r_1 + r_2$ permet de faire varier facilement la tension V_{g0}; le contacteur C_1 permet de débrancher l'amplificateur et de court-circuiter son entrée pour le réglage de la polarisation initiale des triodes; ce réglage se fait pratiquement en mesurant le courant plaque total des triodes et en l'amenant à une valeur convenable, déterminée une fois pour toutes par action sur le potentiomètre $r_1 + r_2$. L'amplificateur est linéaire si l'on fait travailler les lampes dans les parties rectilignes de leurs caractéristiques,

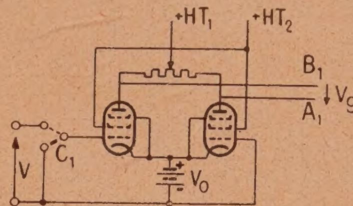


Fig. 4. — Schéma de l'amplificateur du régulateur.

ceci exige que la polarisation de repos v_0 soit convenablement choisie au milieu de la partie rectiligne des caractéristiques et que l'amplitude des signaux appliqués à l'entrée ne soit pas trop grande. La deuxième condition est réalisée dans notre cas; la première est réalisée initialement. La polarisation se fait au moyen d'une pile de façon à avoir le maximum de stabilité.

6. **Tension de comparaison** V_c. — La méthode donnant la tension de comparaison la plus stable consiste à employer une batterie d'accumulateurs. Cependant, comme la tension est relativement élevée, la batterie est assez encombrante et il est possible d'employer une tension stabilisée avec alimentation par le secteur.

Le schéma de l'ensemble sera donné plus bas avec celui du dispositif de synchronisation automatique, ainsi que les indications relatives aux opérations de mise en état de fonctionnement.

II. Dispositif de synchronisation automatique.

Le dispositif de synchronisation automatique se compose de plusieurs éléments. Un premier élément permet par action sur le régulateur d'introduire une variation périodique de faible amplitude du champ magnétique autour de la valeur moyenne de fonctionnement. Un deuxième élément permet d'obtenir une tension qui est l'image des variations de l'intensité du faisceau d'ions. Ces variations de tension sont appliquées à l'entrée d'un troisième élément constitué par un amplificateur très sélectif destiné à faire la discrimination de la position actuelle de la valeur du champ magnétique par rapport à la valeur assurant la synchronisation exacte, et à enregistrer la réalisation du synchronisme. Cet amplificateur sélectif agit sur un relais dont l'action amène une variation de la valeur

moyenne du champ magnétique dans le sens convenable pour assurer la synchronisation.

Nous allons maintenant voir plus en détail la constitution et le fonctionnement de ces différents organes.

1. **Dispositif d'exploration automatique du champ magnétique.** — Ainsi que nous l'avons vu plus haut par le raisonnement de notre opérateur fictif, il est nécessaire de faire une exploration du champ magnétique autour de la valeur d'équilibre pour pouvoir savoir si l'on est à la position de synchronisme ou non. Pour effectuer cette exploration on utilise la possibilité d'assurer la poursuite par une tension variable appliquée à l'entrée du régulateur. Le principe du montage employé est indiqué figure 5. Un multivibrateur produit des

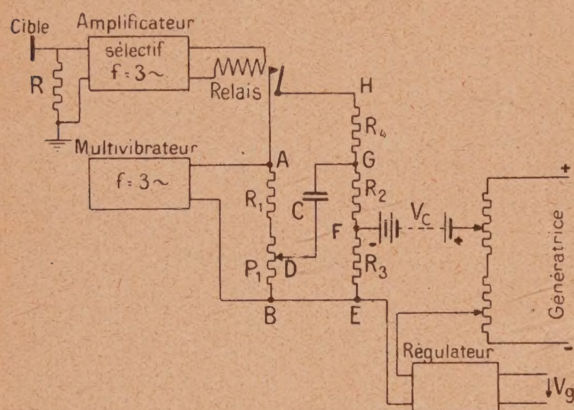


Fig. 5. — Principe du dispositif de synchronisation automatique.

signaux carrés que l'on recueille sur un diviseur de tension constitué par R_1 et P_1. Une fraction de cette tension est appliquée par l'intermédiaire d'un condensateur C de très forte capacité sur un autre diviseur de tension R_2 et R_3. La tension apparaissant aux bornes de R_3 est appliquée en série dans le dispositif de poursuite du régulateur. La constitution de ce circuit est nécessaire pour la suite, bien que pour la commande seule de l'exploration on puisse utiliser un montage plus simple. Le choix de la fréquence du multivibrateur se fait en considérant qu'une fréquence élevée introduit des pertes importantes dans le circuit de l'électro-aimant, mais qu'une fréquence trop basse ne donne pas une réponse assez rapide. Expérimentalement on a trouvé qu'une fréquence comprise entre 2 et 5 p : s était satisfaisante aux deux points de vue. En pratique nous utilisons une fréquence de l'ordre de 3 p : s. Le condensateur C présente une impédance pratiquement négligeable pour les signaux fournis par le multivibrateur. Par suite de la présence de l'excitatrice et de la génératrice entre le dispositif de commande et l'électro-aimant, les oscillations carrées appliquées à l'entrée produisent des variations pratiquement sinusoïdales du champ magnétique.

Lorsque le point de fonctionnement autour duquel se fait l'exploration se trouve au-dessous de la position donnant le synchronisme, les variations de l'intensité du faisceau se font en phase avec les variations du champ magnétique par suite de la pente positive de la courbe de réponse (l'intensité du faisceau augmente lorsque le champ magnétique augmente et *vice versa*). Lorsque le point de fonctionnement se trouve au-dessus de la position de synchronisme, les variations de l'intensité du faisceau sont en opposition de phase avec les variations du champ magnétique (l'intensité du faisceau diminue lorsque le champ magnétique augmente et *vice versa*). Les variations de l'intensité du faisceau se font à la même fréquence que les variations de la tension appliquée. Si, maintenant, la synchronisation exacte est réalisée; lorsque le champ magnétique augmente, l'intensité du faisceau commence par augmenter, puis diminue; pendant la période de diminution du champ magnétique, l'intensité du faisceau va augmenter d'abord pour diminuer ensuite. Il en résulte que la fréquence des variations de l'intensité du faisceau est alors double de celle des variations de la tension appliquée. La différence de phase de 180° qui s'introduit suivant que l'on est au-dessous du synchronisme ou au-dessus et le doublage de fréquence qui se produit au moment du synchronisme sont les éléments qui permettent de faire agir l'appareil convenablement. On peut dire que ces phénomènes permettent à l'appareil d'agir comme s'il était doué de jugement. Ce sont ces phénomènes qui jouent le rôle du cerveau de notre opérateur fictif.

2. **Commande de l'amplificateur sélectif.** — Normalement le courant d'ions arrive sur la cible et s'écoule au sol par l'intermédiaire d'un micro-ampèremètre de mesure et d'un enregistreur; la cible est évidemment isolée du sol. Afin de recueillir un signal proportionnel aux variations de l'intensité du faisceau d'ions on place une résistance dans le circuit de mesure de cette intensité et l'on attaque l'amplificateur sélectif par la tension apparaissant aux bornes de cette résistance. La liaison se fait par l'intermédiaire d'un condensateur pour n'utiliser que la partie alternative de cette tension. La résistance ne doit pas être trop grande car le circuit de refroidissement de la cible shunte ce circuit de mesure, par suite il faut que la résistance du circuit de mesure reste petite devant la résistance de la colonne d'eau de refroidissement pour ne pas perturber notablement les mesures.

3. **Amplificateur sélectif.** — L'amplificateur sélectif est attaqué par les variations de tension

provenant du système précédent. Il se compose de trois étages dont les charges de plaque sont des circuits de Wien, c'est-à-dire très sélectifs; de plus une réaction positive sélective entre le troisième étage et le premier permet d'augmenter encore la sélectivité. Tous ces circuits sont accordés sur la fréquence du multivibrateur. Un tube de puissance polarisé très négativement est attaqué par le dernier étage sélectif, il actionne quand il est conducteur un relais placé dans son circuit plaque.

Par suite de la constitution de l'amplificateur sélectif le relais ne peut être excité que lorsqu'un signal négatif est appliqué à l'entrée. Par suite le relais se forme lorsque la tension fournie par le multivibrateur est positive ou négative suivant que l'on se trouve au-dessous ou au-dessus de la position de synchronisme et suivant le déphasage existant entre les variations de la tension du multivibrateur et les variations du champ magnétique.

Il est possible en introduisant un circuit déphaseur de s'arranger pour que les variations de tension appliquées à l'entrée de l'amplificateur sélectif soient déphasées de $2k\pi$ ou de $(2k+1)\pi$ par rapport aux variations de tension appliquées à l'entrée du régulateur. En réalité dans notre cas, il se trouve que les impulsions se trouvent naturellement déphasées de $(2k+1)\pi$, ce qui ne nous oblige pas à utiliser de circuit déphaseur. Dans notre cas, le relais se ferme donc lorsque la tension fournie par le multivibrateur est positive ou négative suivant que l'on se trouve au-dessous ou au-dessus du synchronisme. Le moment de fermeture du relais par rapport à la variation de la tension appliquée à l'entrée du régulateur dépend donc de la position du réglage actuel par rapport à celui réalisant la synchronisation exacte. Au moment où l'on se trouve au synchronisme, par suite du doublage de fréquence qui se produit, l'amplificateur n'agit pas et le relais ne s'excite pas. On a donc au moyen du dispositif précédent la possibilité de discriminer si l'on se trouve au-dessus ou au-dessous du synchronisme, ou au synchronisme exact. Il va maintenant être possible d'utiliser ces éléments pour faire varier la valeur moyenne de réglage dans le sens convenable si l'on n'est pas au synchronisme, ou au contraire de maintenir la valeur moyenne fixe si l'on est au synchronisme.

4. **Commande de la variation de la valeur moyenne.** — La tension apparaissant entre E et F (*fig.* 5) dépend de deux facteurs : le premier facteur est la tension alternative apparaissant entre B et D qui est l'image réduite de celle apparaissant entre B et A; le deuxième facteur est la tension aux bornes de la capacité C, si cette capacité se charge. Nous allons utiliser l'influence de ce deuxième facteur pour faire varier la valeur moyenne de fonctionnement. Les contacts du relais commandé par l'amplificateur sélectif sont reliés aux points A et G, la liaison au point G se fait par l'intermédiaire de la résistance R_4.

Supposons que nous soyons au-dessous du synchronisme; ainsi que nous l'avons vu tout à l'heure, le relais ferme ses contacts au moment où la tension appliquée à l'entrée du régulateur est positive, c'est-à-dire au moment où le point A est positif par rapport au point B. Il en résulte que le condensateur C va se charger dans le sens GD, amenant le point G, donc le point F à être plus positif. Il se produit alors le phénomène suivant, si la constante de temps du circuit de décharge est assez grande : la tension continue de compensation appliquée à l'entrée du régulateur ne va plus être V_c mais V_c plus une certaine tension constante apparaissant aux bornes de EF; dans le cas considéré, tout se passe comme si V_c se trouvait augmentée et le régulateur va stabiliser le champ magnétique à une valeur moyenne légèrement plus élevée. On se rapproche ainsi de la position de synchronisme. Tant que le synchronisme n'est pas atteint le condensateur C continue à se charger à chaque période de l'exploration. On atteint ainsi la position de synchronisme par échelons successifs. Lorsque le synchronisme est atteint, par suite du doublage de fréquence le relais ne fonctionne pas ainsi que nous l'avons vu plus haut et le condensateur ne se charge plus, ce qui maintient le champ magnétique à la valeur atteinte, à ce moment. Dans le cas où l'on serait au-dessus du synchronisme, le relais se fermant pendant les périodes où le point A est négatif par rapport au point B, le condensateur C se chargerait en sens inverse, ce qui amènerait une diminution de la valeur moyenne du champ magnétique par le même processus que tout à l'heure On tend donc bien à regagner la position de synchronisme par échelons successifs et l'arrêt à la position de synchronisme exact se fait dans les mêmes conditions. Si l'on est au synchronisme à un moment donné et que la position du synchronisme varie, on va se trouver, soit au-dessus, soit au-dessous du synchronisme et le système va se remettre en action pour gagner la nouvelle position de synchronisme.

Les variations dues à l'exploration doivent être de petite amplitude de façon que lorsque la position de synchronisme est atteinte les variations de l'intensité du faisceau soient suffisamment petites pour ne pas être gênantes.

En fait, le condensateur C tend à se décharger à travers les résistances R_2, R_3 et la fraction du potentiomètre P_1 comprise entre B et D. Il y a intérêt à ce que la constante de temps de ce circuit de décharge soit la plus grande possible de façon que la différence de potentiel qui commande la variation de la position moyenne ne varie pas trop vite lorsque le synchronisme est atteint. Dans ces conditions, la décharge du condensateur n'est pas

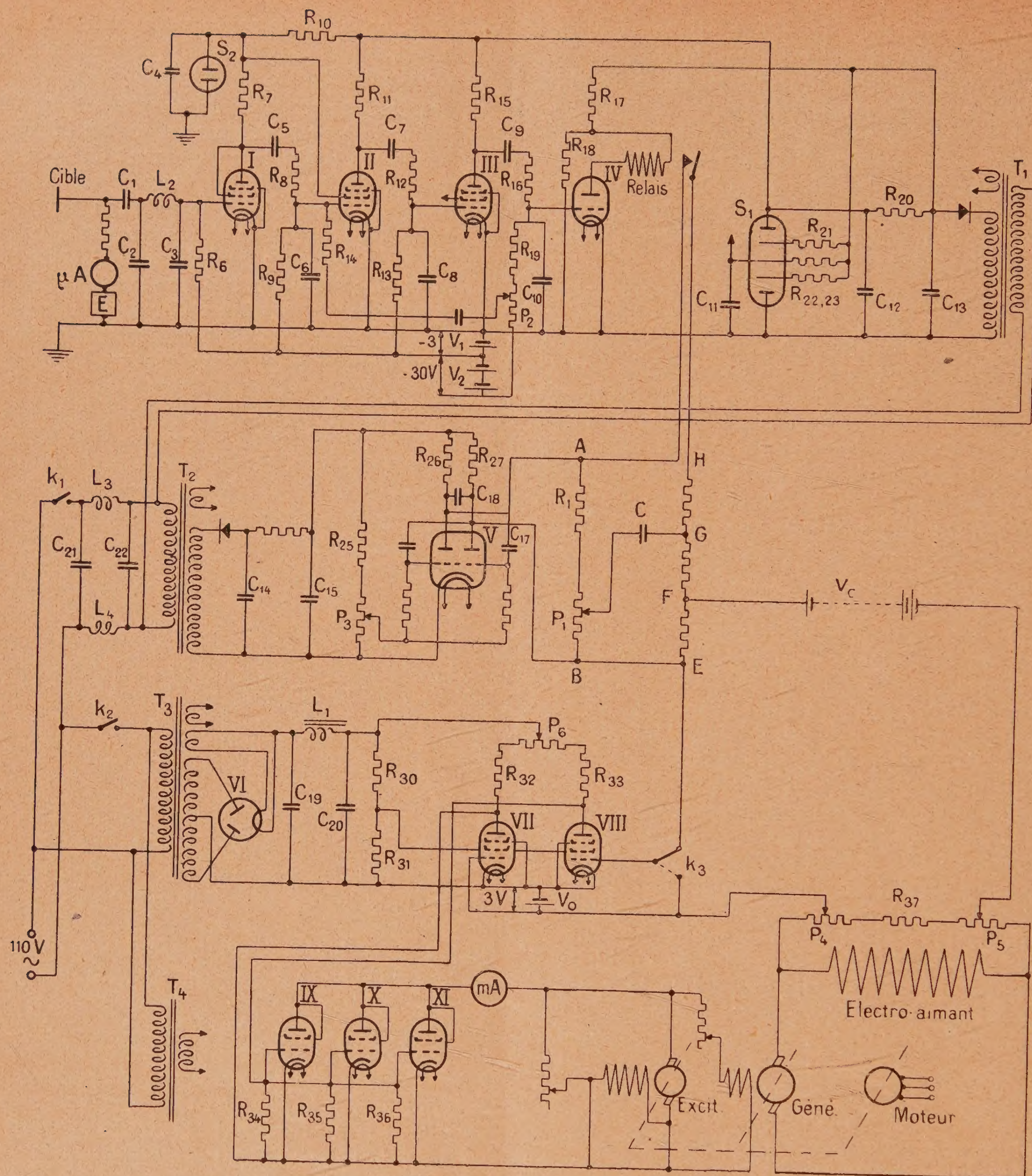


Fig. 6. — Schéma d'ensemble du dispositif de synchronisation automatique. Les valeurs des éléments utilisés sont les suivantes :

Amplificateur :

R_5....	0,1 MΩ	C_1....	0,1 μF	L_2......	self HF
R_6....	1 »	C_2....	1000 pF	L_3......	»
R_7....	0,1 »	C_3....	1000 »	L_4......	»
R_8....	1,75 »	C_4....	8 μF	Relais..	3 mA
R_9....	1,75 »	C_5....	0,03 »		
R_{10}....	10 kΩ	C_6....	0,03 »		
R_{11}....	0,2 MΩ	C_7....	0,03 »		
R_{12}....	1,75 »	C_8....	0,03 »		
R_{13}....	1,75 »	C_9....	0,03 »		
R_{14}....	5 »	C_{10}...	0,03 »		
R_{15}....	0,2 »	C_{11}...	8 »		
R_{16}....	1,75 »	C_{12}...	8 »		
R_{18}....	0,1 »	C_{13}...	8 »		
R_{19}....	20 kΩ	C_{21}...	1000 pF		
R_{20}....	6 »	C_{22}...	1000 »		
R_{21-23}..	0,3 MΩ	C_{23}...	10000 »		
P_2.....	pot. 50 kΩ				

Multivibrateur :

R_{24}....	20 kΩ	R_1.....	20 kΩ	C_{14}....	8 μF
R_{25}....	100 »	R_2.....	5 MΩ	C_{15}....	8 »
R_{26}....	25 »	R_3.....	1 »	C_{16}....	0,8 »
R_{27}....	25 »	R_4.....	1,5 »	C_{17}....	0,8 »
R_{28}....	0,15 MΩ	P_1.....	pot. 10 kΩ	C_{18}....	1000 pF
R_{29}....	0,15 »	P_3.....	» 50 »	C......	8 μF

Régulateur :

R_{30}....	20 kΩ	$R_{34 \cdot | \cdot 36}$.	1,5 MΩ	C_{19}....	8 μF
R_{31}....	8 »	R_{37}....	20 kΩ	C_{20}....	8 »
R_{32}....	15 »	P_4.....	pot. 20 kΩ	L_1.....	self de filtrage
R_{33}....	15 »	P_6.....	»		

Tubes :

I, II, III, VII, VIII....	6 J 7
IV, V	6 N 7
IX, X, XI	6 L 6
VI......................	5 Y 3 G
S_1......................	Stabilovolt 280 V, 40 mA
S_2......................	» 100 » 30 »

trop gênante, car par suite de cette décharge on tend à quitter le synchronisme et le système entre alors en action pour rattraper, ce qui recharge légèrement le condensateur et compense immédiatement la décharge antérieure.

Le schéma de l'ensemble du dispositif de synchronisation automatique est donné figure 6 avec indication des valeurs qui se sont montrées correctes dans notre cas.

Quelques précautions sont nécessaires pour obtenir un bon fonctionnement de l'amplificateur sélectif. Tout d'abord, il est nécessaire que les différentes tensions d'alimentation soient convenablement stabilisées; ensuite, comme il existe un champ haute fréquence d'un niveau assez élevé au voisinage du cyclotron, il est nécessaire de blinder convenablement l'ensemble et de mettre des filtres haute fréquence sur les fils entrant dans l'amplificateur sélectif.

III. **Mise en état de fonctionnement et réglage de l'ensemble.**

Il est tout d'abord nécessaire de régler le régulateur de façon à ce qu'il tende à assurer la stabilisation dans la région de fonctionnement. Pour cela, on détermine par une recherche manuelle quelle est cette valeur de fonctionnement et l'on fait le réglage du régulateur par la méthode indiquée plus haut.

Le système de commande étant au point, c'est-à-dire le multivibrateur étant réglé sur une fréquence convenable et l'amplificateur étant accordé sur cette fréquence, on attaque le régulateur par le système de commande et l'on règle au moyen du potentiomètre P_1 l'amplitude de la commande de l'exploration pour avoir une action efficace entraînant le minimum de fluctuations du faisceau. A ce moment le dispositif est en état de fonctionnement. Si l'on arrête le cyclotron, pour changer une cible par exemple, il suffit de remettre en route sans s'occuper de rechercher le synchronisme pour avoir immédiatement le faisceau maximum compatible avec les autres réglages.

Conclusions. — Le dispositif de synchronisation automatique décrit ci-dessus fonctionne parfaitement. Son intérêt est aussi grand au point de vue de la stabilité du fonctionnement normal du cyclotron qu'au point de vue de la facilité et de l'efficacité des réglages nécessaires pour assurer le fonctionnement optimum.

Ce dispositif ne se limite pas à l'emploi que l'on peut en faire pour améliorer le fonctionnement du cyclotron; il peut aussi être adapté à tous les cas où l'on a à faire une commande destinée à assurer le fonctionnement d'un appareil ayant une courbe de réponse présentant un maximum, ce maximum étant susceptible de varier en amplitude et en position sous l'influence de variations de paramètres autres que celui sur lequel on agit normalement. Son intérêt vient de ce que l'arrêt se produit par la réalisation même du maximum sans que la valeur ou la position de ce maximum interviennent dans le principe de la commande.

Ce travail a été fait au Laboratoire de Chimie nucléaire, dirigé par le Professeur F. Joliot, pour l'équipement du cyclotron du Collège de France.

Manuscrit reçu le 14 février 1948.

VIRAGE DU BLANC AU VIOLET PAR VISION STROBOSCOPIQUE

Par Z. CARRIÈRE,
Professeur à l'Institut Catholique de Toulouse.

Sommaire. — Visé à travers un disque stroboscopique, tournant à fréquence convenable, un écran blanc fortement éclairé vire au violet nettement caractérisé comme sensation.

La saturation apparente du violet dépend de la fréquence N, nulle pour $N = 20$ et $N = 50$, elle est maxima et apparemment complète pour $N = 38$.

La saturation dépend encore du rapport de la largeur des fentes à leur équidistance; elle dépend surtout de l'éclairement de l'écran. Un mur blanc éclairé par le soleil est à l'origine de la découverte; sont indiqués d'autres dispositifs de laboratoire utilisables à toute heure.

Le phénomène s'explique assez bien par les diagrammes de Broca et Sulzer qui décrivent l'évolution de la sensation rétinienne au cours de la demi-seconde comptée à partir du début de l'impression lumineuse.

1. **Première observation.** — Je rapporte aujourd'hui une observation accidentelle très ancienne.

Étudiant les flammes sensibles stratifiées, j'utilisais un stroboscope portatif formé d'un disque de mica solidaire d'une turbine en papier sur laquelle de soufflais, à la bouche, au moyen d'un long tube de caoutchouc.

A un moment, ma visée se porta sur une cloison qui était alors éclairée par le Soleil. Je fus stupéfait de l'apercevoir *violette*. Je répétai l'expérience qui fut confirmée. Je ne poussai pas plus loin alors l'investigation.

N'ayant rencontré, ni dans les manuels, ni dans les revues, aucune mention de ce gros phénomène, j'entrepris, il y a quelques mois, d'en élucider la cause. Décidé à faire varier le plus possible les paramètres dont il pouvait dépendre, j'ébauchai un montage avec une lampe électrique d'une centaine de bougies attelée à un condensateur. Je fus fort étonné de ne rien obtenir. Je dus accepter la conclusion que mon éclairage était insuffisant. Je ne manquai pas, dès qu'arriva une journée ensoleillée, de vérifier que ma première observation n'était entachée d'aucune erreur et pouvait être reproduite à volonté par journées ensoleillées. J'acceptai la nécessité de monter mes appareils près d'une fenêtre, résigné à attendre les journées et les heures favorables. La suite de cette étude montrera comment et avec quels avantages j'ai pu revenir aux sources artificielles. Donnons de suite, du phénomène, d'après les lois de l'optique classique, une explication d'autant plus valable que nul jusqu'ici ne l'avait envisagée.

2. **Diagrammes de Broca et Sulzer.** — Dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (1), Broca et Sulzer ont donné les diagrammes de la figure 1 représentant l'évolution de la sensation

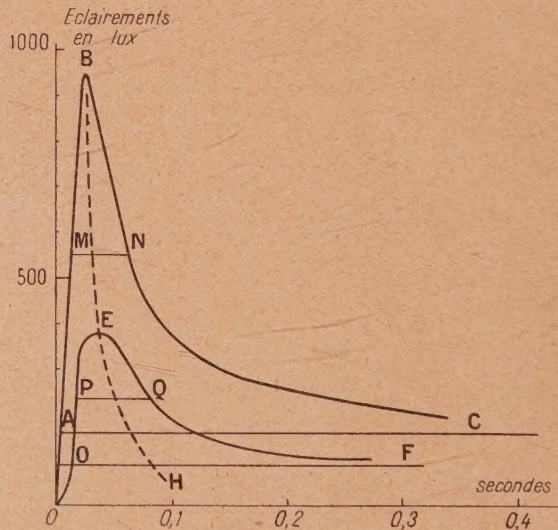


Fig. 1.

visuelle dans les tout premiers instants de l'impression lumineuse qui l'engendre. Les ordonnées représentent en lux (bougies-mètres) l'éclairement perçu par l'œil quand on coupe le faisceau incident en un point quelconque de la courbe, à un instant

(1) *C. R. Acad. Sc.*, 2e semestre, p. 831.

quelconque après le début de son impression.

L'éclairement de 170 bougies-mètres représenté par l'horizontale AC correspond à une vision indéfiniment maintenue. C'est une asymptote à laquelle se raccorde nécessairement le diagramme ABC indéfiniment prolongé, mais au lieu de se faire par-dessous, c'est *par-dessus* que s'en réalise l'approche progressive. L'asymptote, valable pour une durée infinie, est, tout près de l'origine, traversée sous un angle voisin de 90°. Il y a en B un maximum très aigu (maximum B. S.) qui est à la base de l'explication que j'entreprends.

Les deux courbes de la figure ont pour cote respective l'ordonnée de leur asymptote.

Appelons *P*, le rapport de l'ordonnée du maximum B. S. à l'ordonnée de l'asymptote. Il est visible que *P* croît avec cette dernière, c'est-à-dire avec l'intensité du faisceau expérimenté.

P — 1 est appelé par Broca et Sulzer ondulation de fatigue. Si le terme ondulation est ici critiquable parce qu'il suggère l'idée de périodicité dont le diagramme ne présente aucune trace, la notion de fatigue me paraît tout à fait justifiée.

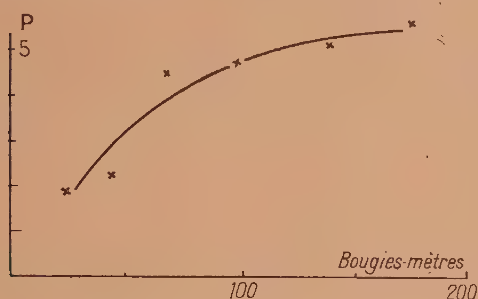


Fig. 2.

Le long de OAB la sensation croît parce que l'organe est apte à recevoir l'excitation actuelle et, de plus, à retenir l'influx des excitations antérieures pas trop anciennes, jouant ainsi le rôle d'intégrateur de l'énergie reçue pendant une durée appréciable.

A partir de B, l'intégration ne se fait plus ou ne se fait qu'avec pertes. L'organe a changé, sinon de nature, au moins d'état. On dit qu'il est *fatigué*. Au lieu d'embrasser tous les moments antérieurs à partir de l'impression initiale, sa mémoire n'en retient qu'une fraction, fraction réduite de plus en plus à mesure que la vision se prolonge et que, s'intégrant à son tour, la fatigue du récepteur s'accroît. De là l'approche descendante asymptotique à l'horizontale limite.

La sensation aurait été celle du maximum B. S. si l'œil avait pu en supporter indéfiniment l'effort de perception. Il y a eu accommodation par baisse de sensation.

Les maxima B. S. de chaque diagramme se placent régulièrement sur une courbe (BEH en traits discontinus) rapidement descendante de gauche à droite.

Portons les valeurs de *P* tirées de ces diagrammes comme ordonnées d'un graphique dont les abscisses sont les éclairements en régime permanent. Nous obtenons (*fig.* 2) une courbe d'allure parabolique tournant sa concavité vers l'axe des abscisses.

3. **Diagrammes en lumière monochromatique.** — Broca et Sulzer [2] ont répété leurs expériences, sinon en lumière monochromatique, du moins en lumière colorée, obtenue par filtres divers couvrant une source blanche. Ils ont obtenu des courbes de même forme que les précédentes, avec

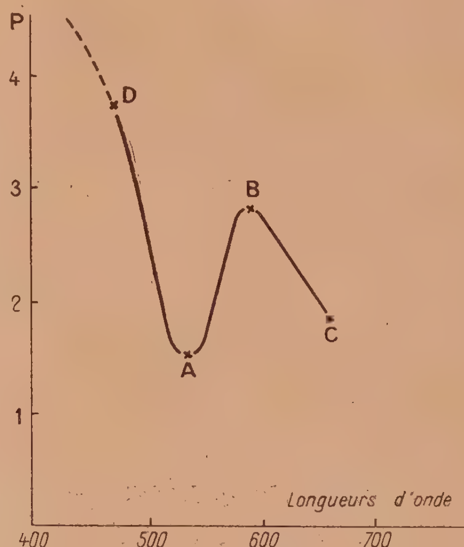


Fig. 3.

des valeurs de *P* caractéristiques de chaque couleur : *P* est maximum pour le bleu et « notablement » plus grand que pour le blanc, tandis qu'il est peu supérieur à un pour le rouge et encore moins pour le vert.

Haas [3] a repris l'étude de ces variations en définissant les longueurs d'onde prises au spectrophotomètre. Confirmant en gros les résultats de ses devanciers, il donne, sous forme de tableau, les quatre valeurs de *P* qui sont marquées par des croix sur la figure 3. Haas a reculé devant le tracé de la courbe correspondante. Il est cependant d'accord avec Broca et Sulzer pour mettre le point A au-dessous du point B, sans affirmer pour autant l'existence en A du minimum que j'ai représenté.

Mon explication s'accommode de ce minimum

(2) *C. R. Acad. Sc.*, 2e semestre, 1903, p. 944.
(3) *C. R. Acad. Sc.*, 176, 1923, p. 1831.

comme de toute autre forme plus ou moins compliquée entre les abscisses de B et de D. Ce qu'elle exige, d'accord en cela avec tous les auteurs cités, c'est que l'ordonnée de D soit très supérieure à toutes les autres. Ce qu'elle postule et ce dont je regrette ne trouver aucune mention aux *Comptes rendus*, c'est que le segment de courbe AD se prolonge *vers la gauche en montant jusqu'à l'extrémité* du spectre visible, extrémité peu éloignée d'ailleurs[1]

Est ainsi exclu tout maximum voisin du point D.

D'autre part, la figure 1 représentant indifféremment les diagrammes en lumière blanche de cote d'éclairement variable et les diagrammes en lumière monochromatique dont la cote longueur d'onde est déterminée par l'ordonnée du maximum B. S., les maxima des diverses couleurs se placent sur la courbe BEH en traits discontinus, ceux du rouge et du vert étant plus tardifs que ceux du bleu et du violet.

4. **Prédominance du violet.** — Le blanc objectif est un mélange de toutes les radiations de longueurs d'onde comprises entre 0,4 et 0,7, l'intensité relative de chacune d'elles étant parfaitement déterminée. La sensation de blanc devant du blanc objectif suppose une vision de durée assez longue pour échapper aux restrictions qu'imposent les diagrammes de la figure 1.

Viser du blanc à travers le stroboscope ne peut rester, dans tous les cas, indépendant de ces diagrammes. Il doit exister, au moins pour des largeurs et des espacements de fentes convenables, des fréquences donnant lieu à une sensation plus complexe que la sensation de blanc, donc à une sensation colorée.

Pour des visions assez brèves, les diagrammes accusent des maxima B. S. très abrupts, avec, pour le violet, l'équivalent d'un maximum maximorum puisque le violet occupe l'extrémité du spectre visible. Il doit donc exister des fréquences stroboscopiques colorant en violet les objets blancs visés. Ce que l'expérience vérifie.

Reste à en étudier les divers paramètres de réalisation dont les variations doivent correspondre aux diverses caractéristiques des diagrammes.

Remarquons de suite que l'expérience donne *toujours du violet* à l'exclusion de toute autre couleur. Quand il paraît non saturé, il est plus ou moins lavé de blanc; il disparaît par virage au blanc, sans jamais succéder ou céder la place à une autre couleur.

D'où je conclus, et au besoin apporte mon observation comme preuve expérimentale du tracé de la figure 3, que le point D n'est pas un maximum. S'il était maximum, la vision stroboscopique donnerait du bleu, au lieu du violet. S'il était maximum, il serait déplacé par des variations de paramètres, par exemple de l'éclairement, du rapport de la largeur des fentes à leur espacement, etc., et la couleur perçue varierait avec ces paramètres. Ce dont l'expérience ne fournit aucun cas.

Si mes devanciers ont semblé présenter comme un maximum le rapport P pour le bleu, leurs mesures ont porté sur des éclairements de quelques centaines de lux seulement, très inférieurs à ceux que j'utilise. Mon explication repose, non sur les données numériques des auteurs cités, mais sur l'allure des courbes qu'ils ont tracées. Mon explication confirme cette allure et, au besoin, elle prouve que P a bien, du côté du violet, la variation représentée en traits discontinus dans la figure 3, ascendante jusqu'à la limite violette du spectre visible.

5. **Largeur et intervalle des fentes stroboscopiques.** — La fatigue, mise en évidence par les diagrammes de la figure 1, disparaît partiellement pendant le repos qui suit l'éclair stroboscopique.

Un stroboscope impose aux durées d'impression lumineuse d'une part, de repos d'autre part, un rapport constant indépendant de la fréquence.

Soit m ce rapport.

Pour le faire varier, je perce dans le disque stroboscopique 16 trous de 10 mm de diamètre dont les centres sont distants de 25 mm. Usant à la lime la demi-circonférence extérieure, je donne au trou la forme d'un triangle curviligne symétrique par rapport au rayon moyen (trou-larme). Suivant la position de l'œil derrière les trous, le rapport m passe de 0,67 à zéro.

Pour $m = 0{,}67$, pour l'éclairement solaire direct, et pour la fréquence 38, le violet perçu est quasi saturé.

Pour $m < 0{,}67$, la fréquence et l'éclairement restant inchangés, le violet pâlit, se lave; il disparaît pour $m < 0{,}1$, remplacé par du blanc.

On peut, il est vrai, compenser la trop petite valeur de m qui opère une trop forte réduction de l'impression lumineuse par une augmentation de l'intensité dont je donne aux paragraphes 5 et 7 les procédés de réalisation. On constate alors que, même pour $m = 0{,}003$ on peut obtenir du violet et du violet apparemment saturé.

On expérimente pour $m = 0{,}67$, avec un disque de 20 cm de diamètre que débordent six bandes de papier découpées sous forme de trapèzes symétriques par rapport au rayon moyen et dont les dimensions sont 50 mm pour la grande base, la plus rapprochée du centre, 20 mm pour la petite base, 15 mm pour la distance des deux bases, m varie de 1,1 à 5. Pour $m = 1{,}1$ le violet existe encore, très lavé de blanc. Il disparaît pour les valeurs supérieures de m.

Plus aisé à manier que l'appareillage de Broca et Sulzer, le stroboscope a l'avantage de fournir un résultat contrôlable à tout instant. Il a, par contre, l'inconvénient de laisser incertaine la portion du diagramme de ces auteurs, dont il dépend. Une

discussion est indispensable, dont le développement est basé sur l'influence des divers paramètres d'expérimentation.

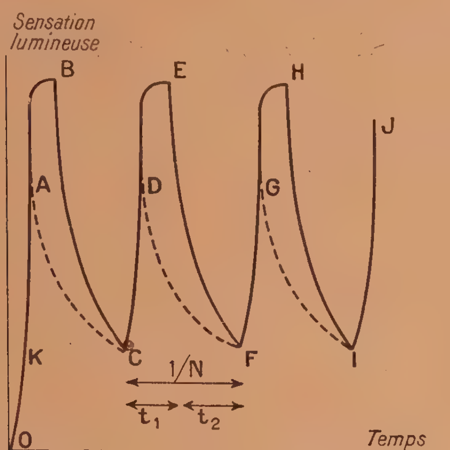


Fig. 4.

En régime stroboscopique, le début d'un éclair tombe sur l'œil incomplètement reposé, c'est-à-dire conservant une certaine sensation lumineuse. Le point du diagramme correspondant n'est donc plus l'origine, mais un point tel que B de la figure 5.

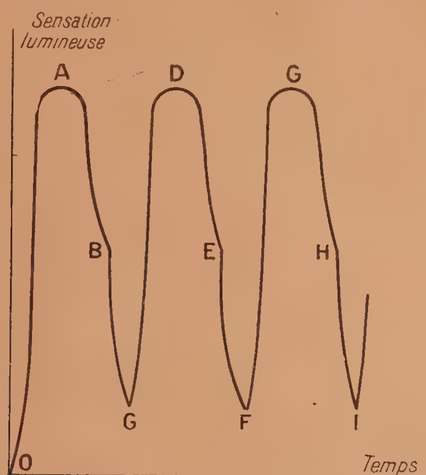


Fig. 5.

Pour $m = 0,67$, le diagramme réel peut être représenté par le parcours OKBCEFGHIJ qui suppose les éclairs assez longs pour que soit atteint le maximum B. S., au moins pour le violet qui est alors saturé au maximum. Les branches de courbe BC, EF, HI n'ont pas leur correspondante dans le diagramme de la figure 1, mais doivent avoir l'allure représentée, en particulier débuter brusquement en B, E, H, avec une tangente verticale.

Pour $m = 0,25$, le diagramme réel sera OKACDFGI les points CFI, confondus dans la figure avec ceux du diagramme $m = 0,67$, devant être en réalité situés un peu au-dessous.

Quand m diminue, pour la même fréquence, le maximum B. S. du diagramme a de moins en moins d'influence, le violet se lave et vire au blanc.

Broca et Sulzer nous apprennent que les maxima du bleu sont atteints plus vite par l'œil que les maxima du vert et du rouge. Mais ils expérimentaient sur l'œil reposé.

J'ai admis que l'œil, en observation stroboscopique, percevait une intensité représentée par le diagramme figure 4; au moins pour le violet, le maximum B. S. est atteint ou légèrement dépassé. J'admets donc que, pour le rouge, pour le vert et peut-être même pour le bleu, le maximum B. S. n'est pas encore atteint. Conclusion vraisemblable, mais que rien n'impose, puisque tout dépend de la position du point K admis comme représentatif du début d'un éclair en régime. Le point K pourrait, pour le rouge, être tellement peu éloigné du maximum que ce maximum fût atteint ou au moins approché, ce qui rendrait caduc mon raisonnement.

Il faut cependant remarquer que les maxima B. S. sont d'autant plus abrupts qu'ils sont plus élevés. Considérons, figure 1, comme représentant l'étalement des maxima, les segments MN, PQ, distances horizontales des deux branches du diagramme à mi-hauteur du maximum mesurée à partir de l'asymptote horizontale. Du graphique de Broca et Sulzer on déduit en millièmes de seconde, pour ces segments Δ et les abscisses moyennes correspondantes T.

Couleur...	Bleu.	Vert.	Rouge.
Δ.........	94	150	200
T.........	75	200	300

Les valeurs de T et de Δ sont tellement différentes pour le bleu d'une part, le vert et le rouge d'autre part, que l'hypothèse envisagée est à rejeter et la prédominance du violet tenue pour certaine.

Au besoin, cette prédominance expérimentalement irrécusable est une preuve que la généralisation adoptée pour les diagrammes de Broca et Sulzer est légitime.

Augmentons m. Nous obtenons le diagramme de la figure 5 où BG, EF représentent l'extinction partielle de la sensation, pendant le repos. Le violet perd progressivement sa prédominance à mesure que toutes les couleurs peuvent développer leur maxima d'impression. Le blanc prédominant résultant est seulement teinté de violet.

A la limite, pour m très grand, l'effet stroboscopique est nécessairement nul et on a du blanc pur.

6. **Influence de la fréquence**. — Partons du régime $m = 0,67$, $N = 38$, qui donne, pour le

violet perçu, la saturation. Augmentons la fréquence. Les durées d'excitation t_1 et de repos t_2 restent dans le même rapport. La saturation du violet qui diminue prouve l'inégale influence des deux durées, sans qu'on puisse dire *a priori* laquelle des deux est le plus en défaut relativement à la sensation violette envisagée. D'après la courbe BE de la figure 1, il semble que la durée d'impression t_1 doive conserver plus longtemps son rôle favorable, le maximum B. S. du violet étant le plus rapproché de l'axe des ordonnées. D'autre part, la courbe de repos débute par une branche descendante quasi verticale dont le parcours dépend à un taux élevé de l'intervalle de temps mesurant ce repos.

Les maxima B. S. sont, pour les grandes longueurs d'onde, inférieurs aux maxima pour les petites, mais déplacés par rapport à ceux-ci vers les temps croissants comme il résulte du paragraphe 3. En diminuant la durée du repos, on amène les points figuratifs du diagramme tels que C, F, I (*fig.* 4) à être, pour les grandes longueurs d'onde, plus rapprochés de leur maximum que pour les petites. La prédominance du violet diminue. Le blanc se lave de plus en plus et finit par subsister pur sans coloration surajoutée.

Diminuons la fréquence. Les deux durées t_1 et t_2 augmentent dans le même rapport. Toutes les longueurs d'onde tendent à intervenir par leur maximum B. S., puis par leur asymptote, donc avec les caractéristiques de la lumière blanche. Le violet se lave encore de plus en plus et est remplacé par du blanc.

Les limites de fréquence donnant lieu au phénomène sont voisines de 25 et de 50. A 25, on a d'ailleurs déjà un papillotement sensible.

Il faut dire cependant ici si le champ de fréquence utilisable dépend du paramètre m déjà défini.

J'ai obtenu pour :

$m = 1{,}00$	$40 > N > 18$
$0{,}67$	$51 > N > 20$
$0{,}05$	$46 > N > 24$
$0{,}025$	$45 > N > 20$
$0{,}008$	$44 > N > 24$
$0{,}003$	$44 > N > 20$

Les limites étant nécessairement mesurées à quelques unités près seulement, on peut dire que l'intervalle des fréquences donnant, sur du blanc, la sensation du violet est indépendante de m. Conclusion valable seulement avec cette restriction que l'éclairement est adapté à m, que, par exemple, pour $m = 0{,}003$ il est très supérieur à celui utilisé pour $m = 1$.

7. **Influence de l'éclairement.** — Je ne pouvais me résigner à utiliser l'éclairement solaire direct sans tenter de lui imposer des variations mesurables, variations dont j'avais le droit d'attendre confirmation de l'explication ébauchée.

J'impose très aisément ces variations en projetant le faisceau solaire sur le mur protégé d'autre part par des écrans convenables, au moyen d'un miroir auxiliaire concave. Pour faciliter les comparaisons des éclairements locaux réalisés, je dispose l'axe principal du miroir parallèle au mur et éloigné de lui de quelques centimètres seulement. Réfléchis

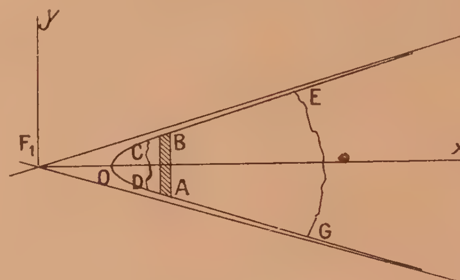


Fig. 6.

par ce miroir, les rayons solaires frappent obliquement le mur à l'intérieur d'une demi-hyperbole (*fig.* 6) dont l'axe $F_1 x$ est parallèle à l'axe du miroir et le sommet peu éloigné du foyer du miroir projeté en F_1.

En admettant nulles les pertes de lumière par réflexion et par absorption atmosphérique, le flux solaire incident en un point quelconque de l'axe $F_1 x$ est égal au carré du quotient $f : x$, où f mesure la distance focale du miroir.

Avec un miroir de 22 cm d'ouverture et 60 cm de distance focale, j'obtiens aisément, au sommet O de l'hyperbole, un éclairement égal à 100 fois celui reçu directement par le miroir.

Pour l'observation stroboscopique qui se fait normalement au mur, intervient l'éclat intrinsèque de ce mur, éclat qu'on obtient en multipliant le flux incident par le cosinus de l'angle d'incidence. D'ailleurs le même cosinus doit intervenir quand on veut comparer au flux solaire direct l'éclat intrinsèque qu'il engendre sur un mur qu'il frappe directement, toujours obliquement.

Le Recueil des Constantes de la Société de Physique évalue à 0,5 bougie : cm² l'éclat intrinsèque du mur éclairé par le Soleil à 45°; 0,5 bougie : cm² vaut 5000 lux (bougies par mètre carré), soit 30 fois environ l'éclairement maximum expérimenté par Broca et Sulzer. En observant près du sommet de l'hyperbole de la figure 6, c'est un éclairement 3000 fois supérieur que j'utilise.

Dans la figure 6, la bande ombrée AB représente celle qui, compte tenu de l'incidence, reçoit du système le même éclairement que le mur frappé par le soleil sous l'incidence de 45°.

Observons à la fréquence 38, pour $m = 0{,}67$. Le

violet occupe une région CDEG dont les caractéristiques sont les suivantes. Du côté CD, la frontière est mal définie. Le violet y vire progressivement au blanc, de la droite vers la gauche. Près du sommet O, le blanc est pur.

Au contraire, EG est une frontière à bords nets, ligne de séparation entre le blanc pur vu à droite et le violet apparemment pur localisé à gauche. Nette et généralement continue, la frontière EG est instable, susceptible d'avancer légèrement ou de reculer vers le sommet, de modifier localement son tracé, sa courbure.... Instabilité due, sans doute, à la fatigue qu'il faut entendre comme un équilibre entre l'excitation lumineuse d'une part, et, d'autre part, les forces de freinage qui se développent physiologiquement dans l'œil surexcité. Comme dans tout freinage, des fluctuations sont inévitables qui se manifestent ici par les fluctuations de la frontière, image exacte de la frontière correspondante rétinienne. Il n'est pas vrai de dire que les récepteurs les moins excités accusent plus de fatigue; ils n'accusent pas plus de fatigue, ils accusent seulement plus de difficulté à se défendre de la fatigue.

Derrière le disque à 16 trous en forme de larmes, déplaçons l'œil vers la périphérie $\Delta m < 0$. Le violet se déplace vers le sommet O, en bloc comme une aire solide, entraînant dans le même sens ses deux frontières qui gardent leurs caractéristiques respectives relativement à la saturation. Estimée à l'œil nu, la saturation sur la frontière EG est plus grande pour $m = 0{,}2$ que pour $m = 0{,}67$.

Déplacer la plage violette vers les intensités croissantes revient à remplacer les diagrammes monochromatiques relatifs à $\partial m = 0{,}67$ par des diagrammes tracés pour une intensité plus grande. La figure 1 montre que ces nouveaux diagrammes doivent avoir des maxima B. S. à la fois plus accentués et plus rapprochés de l'origine. D'où la plus grande saturation, $\Delta m < 0$ entraîne donc, sur chaque diagramme monochromatique, un déplacement du point figuratif vers l'origine. Comme le diagramme lui-même se transporte vers l'origine, le même point figuratif peut ne pas quitter le voisinage du maximum, ce qui explique la persistance d'une saturation presque parfaite jusqu'à des valeurs de m très inférieures à 0,67.

J'ai obtenu du violet saturé pour $m = 0{,}003$.

Répétons la même expérience avec le disque à papiers trapézoïdaux du paragraphe 5, à partir de $m = 1$. $\Delta m > 0$ signifie éloigner l'œil du centre du disque. La frontière EG de la figure 6 se rapproche du sommet et de l'autre frontière qui reste à peu près inchangée; l'aire de la zone violette se réduit. La sélection violette ne s'exerce pas sur le même nombre de diagrammes monochromatiques translatés en bloc vers l'origine; elle s'opère sur les diagrammes de même cote d'éclairement, mais l'accroissement de m fait descendre le point figuratif relatif au violet le long de la branche BNC de la figure 1, ce qui désavantage le violet sur les autres couleurs qui, ayant un maximum B. S. plus éloigné de l'origine et plus étalé, gardent plus longtemps leur activité maxima.

La frontière CD ne peut participer au mouvement de recul parce que, si le maximum B. S. du diagramme est dépassé pour CD, il l'est *a fortiori* pour toute la région à gauche de CD.

D'ailleurs, l'œil ne supporterait pas pour $m = 2$ l'énorme intensité qu'il subit sans contrainte excessive pour $m = 0{,}003$.

Voici une autre vérification des mêmes principes. Observons le mur éclairé directement par le soleil près d'une fenêtre dont les cadres et barreaux se projettent en noir sur le plâtre blanc.

Pour $m < 1$, virent au violet les plages blanches qui paraissent bordées de noir.

Pour $m \geq 1$, par fréquences croissantes, virent d'abord au violet les bordures noires seulement, dont la coloration est, dès qu'elle paraît, nécessairement saturée. Le maximum de saturation se manifeste et par une intensification de cette coloration et par un élargissement apparent des bandes (noires) devenues violettes. C'est le dégradé de la pénombre qui engendre la variation d'éclat et limite la progression du violet à un petit nombre de centimètres. Le quadrilatère bordé de violet ne vire pas lui-même au violet. La fréquence continuant à croître, les bandes violettes paraissent se rétrécir et les dernières traces de violet disparaissent au milieu de ces bandes, disparition d'autant plus sensible que leur teinte violette vire au noir.

J'ai supposé parfaitement nettes et transparentes les vitres de la fenêtre. S'il s'y trouve des nuages adhérents de poussières, au moins pour une vitesse convenable du stroboscope, leur projection sur le mur blanc vire seule au violet, dessinant ainsi, avec un contraste frappant, en violet sur fond blanc, la projection des taches poussiéreuses.

Pour m constant et égal à 0,67 faisons croître progressivement la fréquence N. Pour $N_1 = 24$ environ, le violet commence à paraître à petite distance du sommet de l'hyperbole où il se maintiendra jusqu'à la fin. Sa frontière avant (EG, *fig.* 6) s'avance jusqu'à une distance maxima du sommet pour laquelle la saturation est apparemment complète (et la netteté parfaite, la frontière près du sommet est toujours diffuse). A partir de cet éloignement maximum peu supérieur à la distance focale du miroir ($N = 38$ environ), N continuant à croître, la même frontière recule pendant que la saturation diminue. Quand les deux frontières se rejoignent, $N_2 = 50$ environ, la saturation est nulle, on retrouve le blanc tel qu'il est perçu par l'œil nu.

Augmenter la fréquence pour m constant revient à diminuer à la fois et la durée de l'éclair t_1 et la

durée de repos t_2 (*fig.* 4). Pour $N < N_1$, les points figuratifs des diagrammes monochromatiques étaient sur la branche ascendante. Pour $N = N_1$, celui du violet, qui remonte, s'approche du maximum B. S. et engendre un léger excès de sensation de sa couleur. Pour $N = 38$, fréquence de saturation maxima, le point figuratif du violet est le maximum B. S.

N continuant à croître, le même point descend la branche BC du diagramme; le violet vire au blanc qui reste pur pour $N > N_2$.

La saturation pour $N = 38$ peut paraître parfaite parce que le rapport P (§ 2) du maximum B. S. à l'ordonnée asymptote est de l'ordre de 10 pour le violet, de l'ordre de 1 pour les autres couleurs (pour lesquelles le maximum B. S. est d'ailleurs très loin d'être atteint).

8. **Visée directe des sources.** — Il ne faut pas, sous prétexte que l'éclat d'un mur éclairé directement par le Soleil est de l'ordre d'une demi-bougie par centimètre carré, substituer à ce mur une bougie visée directement. On n'arrivera pas à la voir teintée en violet, pas plus que la flamme d'une lampe à pétrole. J'ai eu avec un bec Auer un succès très médiocre et très limité quant aux paramètres m et N utilisables.

Une flamme plate d'acétylène se teinte légèrement de violet pour $m = 0{,}05$, peu ou pas pour $m = 0{,}67$. Avec le butane, la coloration est à peine sensible.

D'une part, la plupart des sources expérimentées ont un éclat intrinsèque inférieur à celui que l'étude précédente montre nécessaire, éclat déficitaire surtout en petites longueurs d'onde; d'autre part, leur diamètre apparent réduit en rend l'observation plus pénible et les mesures plus incertaines.

Diamètre apparent qu'il faut bien envisager, au risque de soulever une question de localisation rétinienne, puisque j'ai opéré avec quelque succès avec des sources de diamètre apparent négligeable dont il va être question.

9. **Visée directe de l'image du Soleil.** — Derrière un stroboscope de caractéristique $m = 0{,}05$, on peut, sans danger, viser, sinon le Soleil lui-même, du moins l'image virtuelle qu'il donne dans un miroir convexe de 60 cm de distance focale placé à 1 m de l'appareil.

L'expérience montre que, pour les fréquences qui, aux paragraphes précédents, ont teinté en violet plus ou moins pur l'écran blanc observé, la même teinte violette existe, comme une auréole, autour de l'image solaire quasi ponctuelle et pratiquement blanche. Par vitesses croissantes, l'auréole naît et se développe, augmentant progressivement de diamètre jusqu'à un maximum qui est de l'ordre de 20°. L'auréole se sature en violet à mesure que son diamètre croît, la saturation apparente étant maxima sur son pourtour. Ce pourtour n'est qu'approximativement circulaire; comme la frontière EG de la figure 6, il est formé d'arcs de courbure variables dont la forme se modifie constamment au cours de l'expérimentation, indice d'un état fluctuant des éléments rétiniens impressionnés.

La vitesse continuant à croître, l'auréole diminue de diamètre en pâlissant et finit par disparaître, comme une nappe fluide absorbée par un puits (image solaire).

Rien n'empêche d'utiliser $m = 0{,}67$ en reculant le miroir convexe ou en choisissant un miroir de plus petit rayon (une boule de jardin); on peut, au contraire, le rapprocher pour $m = 0{,}025$, et même le remplacer par un miroir plan pour $m = 0{,}003$. C'est ce dernier dispositif qui m'a permis de faire les mesures inscrites au paragraphe 6, qui n'étaient pas réalisables autrement. Inscrivant ces mesures, je leur ai attribué une valeur identique à celle des mesures obtenues par visée d'un mur éclairé. Hypothèse très vraisemblable puisque coloration du mur et auréole ont des variations pratiquement identiques. Les mesures relatives au dernier phénomène ne sont qu'une extrapolation des courbes relatives au premier.

De là un second dispositif dont un avantage réside dans l'indépendance des conditions atmosphériques et des heures du jour.

10. **Lampe à bas voltage.** — Prenons comme source une lampe à bas voltage et à forte intensité. Enfilons sur la douille qui la porte un écran en papier blanc, non couché, dont le plan passe à 1 ou 2 cm seulement en arrière du filament incandescent. Collons sur l'axe de symétrie de l'ampoule un petit disque de papier noir qui cachera à l'observateur le filament dont la vue ne peut que gêner. Visé à travers le stroboscope, l'écran se colore en violet exactement et dans les mêmes conditions que le mur blanc des paragraphes 5 et 6 ou l'auréole solaire du paragraphe précédent.

La plage violette a encore, comme l'auréole solaire, une forme à peu près circulaire centrée sur le très court filament; elle s'apparente à celle obtenue sur le mur éclairé par miroir concave parce que, de fait, le papier reçoit du filament très proche un éclairement rapidement variable en fonction de la distance au filament. Les cercles de rayon croissant tracés avec le filament comme centre sont les lieux d'égal éclairement. Le taux de diminution avec la distance étant très rapide, les auréoles soustendent ici, toutes choses égales d'ailleurs, des angles plus petits que celles obtenues avec le Soleil.

C'est vers le centre de l'auréole que la teinte est le moins nuancée, la périphérie ayant encore la saturation maxima jusqu'à une frontière nettement

limitée qui a encore, comme celle EG de la figure 6, pour caractéristiques, la variabilité des courbures dans le plan de l'écran et dans le temps.

Autre avantage non négligeable du nouveau dispositif : utilisons la précieuse aptitude de la lampe de 6 V à supporter un instant 10 V et davantage (survoltage obtenu en court-circuitant une résistance, normalement en série avec la lampe).

L'œil derrière le stroboscope, l'observateur qui commande le court-circuit voit l'auréole s'élargir, jusqu'à doubler de diamètre. Court-circuiter, c'est reporter la cote d'éclairement du cercle R_1 sur le cercle $R_2 > R_1$.

Avec ce dispositif, j'ai pu retrouver jusqu'à $m = 0{,}025$, tout ce que j'avais constaté avec l'éclairage solaire.

Des lampes de 1000 W à quatre gros filaments de tungstène boudinés n'ont sur les lampes de 6 V que des inconvénients provenant de l'étendue de la source.

11. Écrans pigmentés. — La théorie exposée fait dépendre strictement la coloration violette de l'écran de l'éclairement blanc incident. Que deviendra cette coloration pour un écran couvert d'un pigment ? Pour si complexe que soit la lumière réfléchie par un pigment coloré, l'expérience est à tenter, au moins en vue de confirmer les principes posés à la base de cette étude.

L'écran coloré adapté à la lampe à bas voltage. comme il est spécifié au paragraphe précédent, fournit aisément la confirmation attendue. On opère avec $m = 0{,}67$, $N = 38$ et lampe survoltée.

Le plus souvent, l'auréole est double, quelquefois triple, c'est-à-dire que, du centre à la périphérie de l'auréole, on trouve deux et même trois couleurs différentes. Il s'agit d'une estimation visuelle que nul appareil de laboratoire ne peut contrôler et pour lesquelles il serait vain de spécifier les longueurs d'onde. Vaine serait également la mention de papiers multiples soumis à l'expérience et dont on ne connaît ni la composition chimique, ni les pouvoirs réfléchissants ou diffusants. Le tableau suivant relatif à quelques échantillons mieux caractérisés donne, dans la première colonne, la nuance du papier vu à la lumière du jour; dans les colonnes suivantes, dans l'ordre de leurs rayons croissants, les nuances des première, deuxième et troisième auréoles.

	Auréoles.		
Papier.	Première.	Deuxième.	Troisième.
Blanc (couché).....	Violet	Vert	–
Rose..............	Violet	Bleu-vert	–
Jaune clair........	Jaune	Violet	Vert
Bleu..............	Violet	Vert	–
Rouge foncé.......	Jaune	Vert	–
Vert..............	Blanc	Violet	Vert
Orangé...........	Rose	Vert	–
Jaune orangé......	Orangé	Violet	Vert

Le cas paradoxal du tableau est celui du papier couché qui semblerait devoir se comporter comme le meilleur des écrans blancs. Le paradoxe est levé en considérant que le phénomène étudié dépend du pouvoir diffusant de l'écran, pouvoir que modifie profondément la couche de sulfate de baryte répandue à la surface du papier et glacée. Par le couchage, le pouvoir réfléchissant est augmenté, aux dépens du pouvoir diffusant.

Deuxième paradoxe, l'apparition à l'extérieur de toutes les auréoles mentionnées et de toutes celles soumises à l'expérimentation de la couleur verte pour laquelle Broca et Sulzer ont trouvé un rapport P très inférieur à celui des autres couleurs.

Manuscrit reçu le 19 mars 1948.

9

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES MODES DE VIBRATION DES DÉRIVÉS MONOSUBSTITUÉS DU BENZÈNE

Par J. BARRIOL et C. CHERRIER.
Faculté des Sciences de Nancy.

Sommaire. — Les auteurs discutent une méthode de calcul approchée pour déterminer la constante de liaison C—X des dérivées monosubstitués du benzène. La contribution relativement petite de la déformation de cette liaison à l'énergie totale de déformation ne permet pas en général d'espérer une grande précision dans cette détermination. Le cas plus favorable du diphényle est discuté séparément.

Généralités. — Nous nous sommes proposés de préciser les modes de vibration d'un certain nombre de dérivés monosubstitués du benzène, du type C_6H_5—X, où X désigne un atome seul ou uni à un certain nombre d'atomes d'hydrogène de manière à en déduire la constante de force de la liaison C—X. Nous sommes partis des fréquences expérimentales de vibration de la molécule telles qu'elles sont déterminées au moyen de l'effet Raman

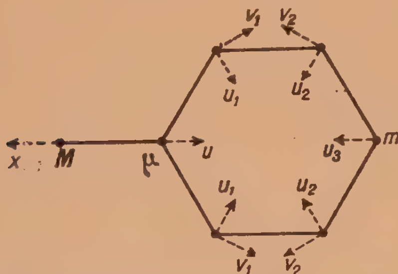


Fig. 1.

ou de l'absorption infrarouge, en évitant les régions du spectre qui correspondent à des vibrations intéressant les atomes d'hydrogène; c'est ainsi que, outre le voisinage des fréquences élevées correspondant aux oscillations de valence C—H, il convient d'éviter encore la région 1000 cm^{-1} dans laquelle interviennent les fréquences de déformation δ (CH). Nous avons ainsi cherché à nous placer dans les régions du spectre où l'on peut considérer comme légitime l'approximation suivant laquelle les groupements C—H vibrent en bloc. Dans ces conditions, nous avons affaire à un modèle à sept masses suceptible de : $(7 \times 3) - 6 = 15$ modes de vibrations propres. Parmi ces modes de vibration, il en est six qui respectent la symétrie complète de la molécule, soit (2,m), et c'est à un mouvement de cette famille que l'on doit pouvoir rapporter, entre autres, la vibration dans laquelle la liaison C—X joue un rôle prépondérant.

Nous avons calculé l'énergie potentielle U en tenant compte, non seulement de l'énergie potentielle U_1 due à la variation de longueur de la liaison C—X et caractérisée par la constante de force F, mais encore de l'énergie de déformation du noyau benzénique due, d'une part, à la variation de la longueur des liaisons, soit U_2, et d'autre part à la variation des angles de valence, soit U_3, ce qui introduit les constantes f et D. La figure 1 indique la signification des variables utilisées. Nous reproduisons brièvement le procédé de calcul qui a déjà été indiqué précédemment [1]. Les expressions des énergies potentielles et cinétique s'écrivent respectivement :

$$2U_1 = F(u+x)^2,$$

$$2U_2 = \frac{1}{2}f\Big\{\left[u+u_1-v_1\sqrt{3}\right]^2 + \left[u_1+u_2+(v_1+v_2)\sqrt{3}\right]^2 + \left[u_2+u_3-v_2\sqrt{3}\right]^2\Big\},$$

$$2U_3 = D\Big\{\left[(u-u_1)\sqrt{3}-v_1\right]^2 + \frac{1}{2}\left[(2u_1-u-u_2)\sqrt{3}+v_2\right]^2 + \frac{1}{2}\left[(2u_2-u_1-u_3)\sqrt{3}+v_1\right]^2 + \left[(u_3-u_2)\sqrt{3}-v_2\right]^2\Big\},$$

$$2T = M\dot{x}^2 + \mu\dot{u}^2 + m[\dot{u}_3^2 + 2(\dot{u}_1^2+\dot{u}_2^2+\dot{v}_1^2+\dot{v}_2^2)].$$

Dans l'expression $2T$ de l'énergie cinétique, M désigne la masse du substituant; μ celle de l'atome de carbone qui lui est lié, et m celle des cinq autres groupements CH du noyau.

Les équations du mouvement s'écrivent alors simplement en introduisant les notations :

$$\xi_1 = u_1+u_2, \qquad \xi_2 = u_1-u_2, \qquad K = \frac{m\omega^2}{f},$$

$$\eta_1 = v_1+v_2, \qquad \eta_2 = v_1-v_2, \qquad \varepsilon = \frac{D}{f}.$$

Nous obtenons ainsi le système

$$(4K-3-9\varepsilon)\xi_1 = (1-9\varepsilon)(u+u_3)+(1+3\varepsilon)\sqrt{3}\,\eta_1, \quad (1)$$

$$(4K-9-3\varepsilon)\eta_1 = -\sqrt{3}(1+3\varepsilon)(u+u_3)+\sqrt{3}(1+3\varepsilon)\xi_1, \quad (2)$$

$$(4K-1-33\varepsilon)\xi_2 = (1-15\varepsilon)(u-u_3)-\sqrt{3}(1+\varepsilon)\eta_2, \quad (3)$$

$$(4K-3-3\varepsilon)\eta_2 = -\sqrt{3}(1+\varepsilon)(u-u_3)-\sqrt{3}(1+\varepsilon)\xi_2, \quad (4)$$

$$2Ku_3 = u_2+u_3-v_2\sqrt{3} + \varepsilon\sqrt{3}\,[(u_1+3u_3-4u_2)\sqrt{3}-v_1-2v_2], \quad (5)$$

$$2\frac{m\omega^2}{f}u = 2\frac{F}{f}(u+x)+u+u_1-v_1\sqrt{3} + \varepsilon\sqrt{3}\,[(u_2+3u-4u_1)\sqrt{3}-v_2-2v_1], \quad (6)$$

$$\frac{M\omega^2}{f}x = \frac{F}{f}(u+x). \quad (7)$$

Le procédé de calcul consiste alors à partir d'une fréquence déterminée expérimentalement que l'on puisse attribuer à une oscillation totalement symétrique du modèle envisagé, ce qui implique en particulier qu'elle corresponde à une raie Raman totalement polarisée. La donnée de la polarisation, d'une part, et d'autre part les études comparatives des spectres de composés analogues auxquelles ont procédé Kohlrausch [2] et Lecomte [3] permettent de limiter le choix. Pour la fréquence ainsi choisie, on détermine la valeur de K correspondante, et l'on passe à la résolution du système d'équations linéaires ci-dessus. La configuration de vibration étant déterminée à un facteur constant près, on peut se fixer arbitrairement la valeur de l'une des variables, soit $u_3 = 1$. La résolution de (1) et de (2) permet alors d'obtenir ξ_1 et η_1 comme fonctions linéaires de u et de même pour ξ_2 et η_2 en partant de (3) et de (4). On en tire u_1, u_2, v_1, v_2, en fonction de u et en portant dans (5), on détermine u et de ce fait u_1, u_2, v_1, v_2. Les équations (6) et (7) permettent alors d'obtenir x et $\frac{F}{f}$ ce qui achève la résolution, en déterminant, d'une part, la constante de force de la liaison C—X, d'autre part, la configuration de la vibration.

Ces calculs, assez pénibles, ont été effectués avec une règle à calcul de longueur 50 cm, de sorte qu'il est nécessaire de procéder à une vérification de la précision des calculs. Nous y sommes parvenus en utilisant [4] la fonction : $y = \frac{U}{T'}$ où U désigne l'énergie potentielle de déformation et T', l'expression de l'énergie cinétique dans laquelle les vitesses sont remplacées par les variables elles-mêmes, soit ici :

$$2T' = Mx^2 + \mu u^2 + m[u_3^2 + 2(u_1^2 + u_2^2 + v_1^2 + v_2^2)].$$

Cherchons les configurations, c'est-à-dire les systèmes de valeurs des différentes variables qui rendent la fonction y maxima ou minima. Il vient, en désignant ces variables par q_1, q_2, ..., q_n et en introduisant une variation δq_1, ..., δq_n de la configuration

$$yT' = U, \qquad \text{d'où} \quad \delta y\,T' + y\sum\frac{\partial T'}{\partial q_i}\delta q_i = \sum\frac{\partial U}{\partial q_i}\delta q_i.$$

La condition $\delta y = 0$, quel que soit le choix de δq_i, entraîne les n équations

$$y\frac{\partial T'}{\partial q_i} = \frac{\partial U}{\partial q_i},$$

c'est-à-dire les équations classiques du mouvement, avec

$$y = \omega^2 = \frac{U}{T'}.$$

Ce moyen de vérification comporte le calcul des différentes parties de l'énergie potentielle de déformation, et nous permet d'évaluer le pourcentage suivant lesquels la variation de la longueur C—X, celle des différentes liaisons benzéniques et enfin la variation des angles de valence contribuent à cette énergie totale. Il est ainsi possible de se rendre compte si la liaison C—X intervient d'une manière notable dans le mouvement.

Résultats. — Nous avons fait porter nos calculs sur les composés correspondant à $X = F$, Cl, Br, I, OH, NH_2, CH_3, SH et C_6H_5. Pour ce dernier corps, les deux noyaux vibrent de manière à constituer un modèle à douze masses, mais le système d'équations obtenu est de même nature que dans les autres cas. Nous allons indiquer les fréquences utilisées avec leurs intensités relatives dans le spectre Raman et leur degré de polarisation.

X.	ω (cm⁻¹).	I ; ρ.	X.	ω (cm⁻¹).	I ; ρ.
F......	807	15 ; 0,12	NH_2....	818	10 ; 0,11
Cl......	701	10 ; 0,22	CH_3....	786	9 ; 0,12
Br......	673	8 ; 0,12	SH.....	697	6 ; 0,22
I.......	655	6 ; 0,11	C_6H_5...	1503	15 ; P
OH.....	812	8 ; 0,13			

Ce choix diffère en certains points de celui indiqué par Kohlrausch [2] comme correspondant à la liaison C—X; d'ailleurs, il suffirait en principe que la valeur de ω utilisée corresponde bien à une vibration totalement symétrique de la chaîne carbonée pour que le calcul soit légitime et conduise à une valeur correcte de F. Il n'en est pas ainsi, et en fait, on obtient des résultats très différents pour F suivant la fréquence dont on part, ce qui tient au fait que la part de l'énergie de déformation C—X dans la vibration est souvent très petite et que le résultat dépend alors considérablement des hypothèses dynamiques sur le mouvement du noyau. Nous avons seulement une approximation grossière en décrivant le mouvement au moyen de deux constantes de

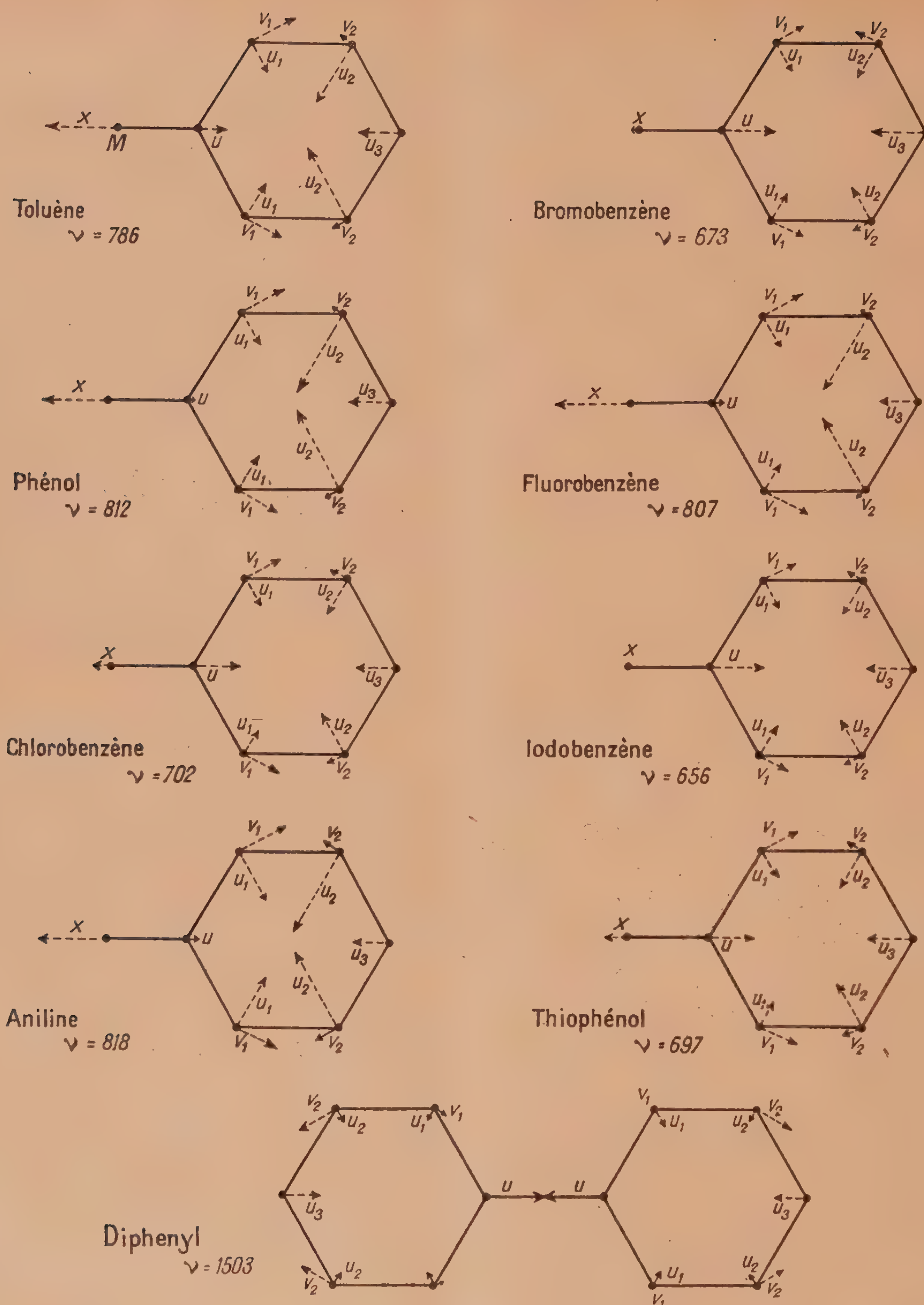


Fig. 2.

force f et D, de sorte qu'il est impossible de représenter convenablement le spectre du benzène en utilisant une valeur unique de D. Pour nous rendre compte de l'imprécision qui en résulte dans la détermination de F, nous avons opéré dans le cas de $C_6H_5—Cl$, où nous avons effectué les calculs avec les trois hypothèses $\varepsilon_1 = 0{,}085$; $\varepsilon_2 = 0{,}080$; $\varepsilon_3 = 0{,}090$, de manière à apprécier la répercussion sur la valeur obtenue pour F. Il vient alors :

		F.	U_1 (%).	U_2 (%).	U_3 (%).
ε_2...	0,08	$3{,}60.10^5$	24	20	56
ε_1...	0,085	$3{,}11.10^5$	22,5	18,7	58,8
ε_3...	0,09	$2{,}62.10^5$	19,6	18,1	62,4

La méthode ne permet donc pas d'espérer une grande précision, quand, comme c'est le cas ici, la plus grande partie de l'énergie potentielle est due à la variation des angles de valence, et de ce fait difficile à évaluer avec précision. Nous pouvons tout au plus juger du sens qu'il peut y avoir à considérer qu'une fréquence donnée correspond à la vibration de valence C — X. En fait, toute la molécule vibre, et dans ce mouvement, la part de l'énergie potentielle due à la déformation de C — X est loin d'être prépondérante. A titre d'estimation grossière on peut dire que, le modèle possédant en tout sept liaisons, la moyenne de l'énergie par liaison est égale à 14,3 pour 100. Dans les cas envisagés, la proportion de U_1 excède sensiblement ce taux, de sorte qu'il n'est pas absurde de considérer ces mouvements comme des vibrations de valence C — X. Il conviendrait d'ailleurs d'étudier plusieurs fréquences, de manière à choisir celle qui correspond à la plus forte proportion de U_1.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus en indiquant pour chaque substituant, C_6H_5 à part, les valeurs obtenues pour la constante de force, d'une part, au moyen du calcul direct F', d'autre part, en utilisant la méthode de vérification (F''), et enfin le pourcentage suivant lequel l'énergie se répartit suivant U_1, U_2, U_3.

X.	$10^{-5}F'$.	$10^{-5}F''$.	U_1.	U_2.	U_3.
F	7,1	7,2	27,6	33,9	38,5
Cl	3,11	3,11	22,6	18,7	62,4
Br	2,46	2,49	16,9	15,6	67,5
I	1,87	1,87	13,5	14,3	72,2
OH	6,6	6,8	22,1	40	37,9
NH_2	5,72	5,71	19,6	51,5	28,9
CH_3	4,7	4,85	29	32	39
SH	3	3,02	23	18,2	58,8

Les valeurs des variables obtenues dans chacun des cas ont été utilisées pour tracer les configurations des différentes vibrations, et nous reproduisons à l'échelle (*fig.* 2) les schémas obtenus.

Nous traitons à part le cas du diphényle. Les fréquences aux environs de 1000 cm^{-1} [5] sont attribuables pour la plupart aux vibrations de déformation du groupement CH. Nous proposons la même origine pour la fréquence 1281 cm^{-1} qui conduirait à des valeurs peu admissibles pour le calcul de F et dont la valeur relativement élevée s'explique par la proximité des quatre noyaux d'hydrogène contigus entourant la liaison C_6H_5—C_6H_5 et dont les sphères d'action de Van der Waals se coupent [6]. Les fréquences suivantes : 1503, 1589 et 1609 cm^{-1} peuvent s'interpréter en fonction des résultats classiques sur le benzène. Il est naturel de faire correspondre le doublet : 1589-1609 cm^{-1} à la fréquence propre dégénérée 1595 cm^{-1} du benzène. On peut penser de même à faire correspondre 1503 cm^{-1} à la fréquence 1477 cm^{-1} du benzène, mais cette dernière est interdite dans le spectre Raman, tandis que 1503 est une raie intense du diphényle, ce qui permet de penser que la perturbation créée par la liaison entre les deux noyaux doit jouer un rôle particulièrement important. De plus cette raie est fortement polarisée, ce qui est un argument supplémentaire pour la considérer comme raie de valence de la liaison que nous désirons calculer.

Le calcul conduit alors aux résultats suivants :

$$F' = 5,65.10^5, \quad F'' = 5,70.10^5,$$
$$U_1 = 25,5\ \%, \quad U_2 = 66,5\ \%, \quad U_3 = 8\ \%.$$

Nous sommes ici dans un cas plus favorable que les précédents, l'incertitude dans l'énergie de déformation du noyau benzénique tenant principalement à l'influence de la variation des angles, soit à U_3 qui est ici peu important. L'ordre de grandeur obtenu pour F est d'ailleurs satisfaisant et correspond bien à une liaison intermédiaire entre une simple et une double liaison. Nous pouvons préciser en admettant avec Pauling [7] une dépendance linéaire entre le taux de double liaison et la constante de force. En prenant F (C—C) = 4,80.10^5 et F (C = C) = 9,6.10^5, il vient x = 19 pour 100.

D'autre part, des considérations entre la distance interatomique et le taux x de double liaison (Pauling, *Ibid.*) permettent d'arriver à une valeur comprise entre 15 et 20 pour 100, ce qui est un accord satisfaisant.

Nous sommes heureux de remercier M. Jean Cabannes, Membre de l'Institut, de l'intérêt qu'il a bien voulu témoigner à notre travail.

Manuscrit reçu le 11 janvier 1948.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] J. Barriol et C. Cherrier, *C. R. Acad. Sc.*, 1947, p. 219.
[2] Kohlrausch, Ramanspektren, 1943, p. 363.
[3] Lecomte, *J. de Physique*, 1937, 8, p. 489.
[4] J. Barriol, *Thèse*, Paris, 1946.
[5] P. Donzelot, *Thèse*, Nancy, 1936.
[6] Pauling, The nature of the chemical bond, 1944, p. 219.
[7] Pauling, *Ibid*, p. 175.

LE SPECTRE DE DENSITÉ DES GRANDES GERBES ATMOSPHÉRIQUES (GERBES D'AUGER)

Par A. LOVERDO et J. DAUDIN.
Laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure.

Sommaire. — Nous avons étudié le spectre de densité des grandes gerbes de l'air à 2900 m d'altitude. Nous avons exploré, avec une attention particulière, la région des très faibles densités, en utilisant des groupes de compteurs de surface allant jusqu'à 2500 cm². Les mesures, effectuées sur des bases de 4 m et de 50 m, mettent en évidence la relation entre l'exposant γ du spectre de densité et l'extension des gerbes.

Introduction. — Nous avons effectué, en août et septembre dernier, à l'Observatoire du Pic du Midi (pression atmosphérique moyenne équivalente à 730 cm d'eau) une série d'expériences sur le spectre de densité des gerbes d'Auger. Ces expériences ont été entreprises dans le but d'éclaircir certains points restés en suspens après les mesures faites par les auteurs sur le même sujet, en France et en Italie (1).

La plupart des mesures ici décrites ont été faites avec une disposition expérimentale très voisine de celle adoptée en Italie, trois groupes de compteurs en parallèle (coïncidences *T*) étant disposés en un plan horizontal aux sommets d'un triangle de 4 m de base et de 2,50 m de hauteur, le quatrième groupe de compteurs (coïncidences *Q* avec les trois premiers) au centre de ce triangle. Nous avons soigneusement évité toute présence de matière à plus de 45° au-dessus de l'horizon de chaque élément du dispositif adopté. Immédiatement au-dessus des compteurs ne se trouvait qu'un plafond de 1 cm environ en contre-plaqué, et à 1 m environ au-dessus, un toit de protection de 1 mm d'Al (en tout une voûte de 1 g : cm^{-2}). Les coïncidences triples et quadruples étaient enregistrées simultanément. Le montage et la disposition des appareils ont été faits par A. Loverdo. Nous avons été aidés dans les observations par M. Lefebvre.

Rendement géométrique des compteurs en parallèle (influence des gerbes inclinées). — Nous avons au début étudié systématiquement la diminution de surface efficace de compteurs en parallèle, due aux gerbes inclinées (2). Des mesures de coïncidences triples et quadruples avec la disposition décrite ci-dessus, ont été effectuées en fonction de la distance *d* entre les axes de nos compteurs de 30 mm de diamètre avec cinq compteurs par groupe, et *d* = 30, 60, 90 et 120 mm (*fig.* 1). Cette



Fig. 1.

mesure indique un effet bien marqué pour *d* variant de 30 à 60 mm et suggère l'existence d'un palier au-dessus (*). Ce résultat nous a conduit à préconiser dans toutes nos mesures un écartement de 60 mm entre les axes des compteurs en parallèle. D'autres mesures ont été faites avec *d* = 30 mm et *d* = 60 mm et 10, 15 et 19 compteurs par groupe, dans le but d'évaluer les corrections à apporter aux résultats de l'expérience italienne (2, 4, 6 et 8 compteurs de 45 mm de diamètre) dans des conditions expérimentales voisines.

Cette correction est, en triples, de l'ordre de 1 pour 100 de la fréquence par compteur en parallèle.

Nous voyons, d'après la figure 2, relative à la

(1) J. DAUDIN et A. LOVERDO, *J. de Physique*, 1947, **8**, p. 233.

(2) Si l'on ajoute un compteur en parallèle à un autre compteur et si l'on fait de même pour tous les compteurs en coïncidence, l'efficacité n'est pas multipliée par 2, du fait que les chocs dans les deux compteurs en parallèle ne sont pas indépendants. Parmi les gerbes qu'enregistre le deuxième compteur il en est qui frappent le premier. Pour ces gerbes là l'adjonction du deuxième compteur est sans effet. Cette corrélation entre les chocs sur les deux compteurs en parallèle est due : *a*, aux rayons inclinés traversant les deux compteurs. Cette corrélation disparaît en écartant comme nous l'avons fait les compteurs de leur diamètre; *b*, aux gerbes très denses. Cette corrélation est incluse dans la loi de fréquence; *c*, à l'association locale (condensation) qui entraîne une probabilité plus grande d'enregistrer un rayon au voisinage d'un autre rayon. L'effet de cette association locale quoique petit est certain, mais extrêmement différent suivant les montages [*voir* DAUDIN, *J. de Physique*, 1947, **8**, p. 301)]. En conclusion, il y a un facteur formé des compteurs dans le γ. C'est à ce facteur qu'il faut sans doute attribuer la valeur différente de γ observée par Maze.

mesure de γ en triples à 2200 m s. n. m. que cette correction porterait la pente de 1,30 à 1,35 pour

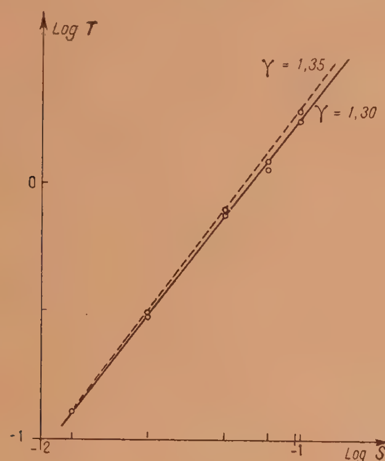


Fig. 2.

les plus grandes surfaces, rendant ainsi moins marqué, au moins jusqu'à 0,1 m², le fléchissement du spectre de densité.

L'exposant γ du spectre de densité des grandes gerbes de l'air. — Nous avons repris ensuite la mesure de l'exposant du spectre de densité des grandes gerbes d'Auger dans les buts suivants :

a. Vérifier le sens de variation de l'exposant γ avec l'altitude;

b. Rechercher un fléchissement probable de cet exposant pour les petites densités, par l'utilisation de surfaces de compteurs en parallèle allant jusqu'à 2500 cm² environ.

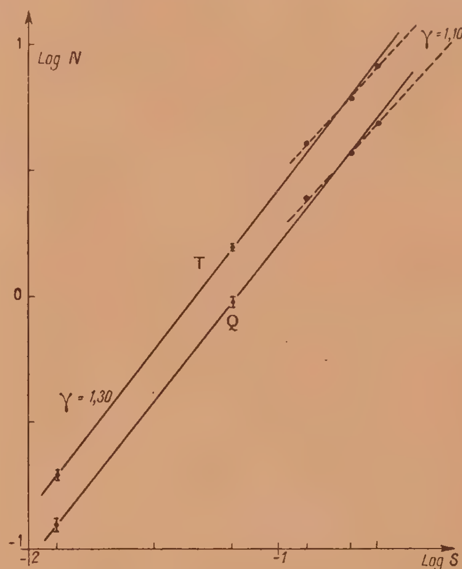


Fig. 3.

Les résultats de ces mesures sont consignés dans le Tableau I et résumés en figure 3 dans un diagramme $\log N - \log S$.

TABLEAU I.

S (en m²).	T.	Temps.	T (min⁻¹).	Q.	Temps.	Q (min⁻¹).	Rapport $\frac{Q}{T}$ (%).	γ $\left(\text{d'après } \frac{Q}{T}\right)$.
0,0130....	747	3790	0,197 ± 0,007	472	3790	0,125 ± 0,006	63,3 ± 2,5	1,52 ± 0,007
0,0650....	1605	1006	1,60 ± 0,04	978	1006	0,97 ± 0,03	61,0 ± 1,7	1,59 ± 0,04
0,1300....	9444	2277	4,15 ± 0,04	1935	768	2,52 ± 0,06	60,8 ± 1,5	1,59 ± 0,05
0,1950....	3273	520	6,30 ± 0,11	1979	520	3,81 ± 0,09	60,5 ± 1,2	1,60 ± 0,03
0,2470....	4258	505	8,48 ± 0,13	2506	505	4,96 ± 0,10	58,7 ± 1,1	1,65 ± 0,03

La mesure de l'exposant γ, par la méthode des surfaces, donne une valeur de 1,30 et ne semble pas indiquer de fléchissement jusqu'à $S = 1300$ cm². La pente semblerait sensiblement plus faible au delà ($\gamma = 1,10$) mais les mesures de rendement des sélecteurs [les étages en coïncidence se trouvant sous un mouvement propre très élevé, les chocs en plus étant déformés en forme et amplitude à cause de la mise en parallèle de plusieurs compteurs (³)] se sont révélées négatives pour un nombre de compteurs supérieur à 10 par groupe. Ceci ne nous permet pas actuellement de considérer comme réelle cette diminution de pente.

D'autre part, le rendement du deuxième sélecteur qui enregistrait les coïncidences quadruples, à cause des difficultés expérimentales rencontrées au Pic du Midi, était loin en tout cas d'être satisfaisant; c'est à quoi, de notre avis, doit être attribué le

(³) Il a été décelé par la suite une perte de quelques pour 100 pour les comptages propres très élevés, perte due à la constante de temps non négligeable du circuit grille de la première lampe d'amplification.

désaccord entre le γ donné par la méthode des surfaces et celui calculé à partir du rapport $\frac{Q}{T}$ (interprétation d'ailleurs confirmée par le sens de la variation avec les surfaces de l'exposant γ ainsi calculé).

Il paraît, en conclusion, que l'exposant γ diminue avec l'altitude, contrairement aux conclusions précédentes de l'un de nous et aux prévisions de la théorie des cascades. Cette variation anormale, affirmée depuis longtemps par l'école française, a d'ailleurs été confirmée par les récents vols en avion de Maze et Fréon.

La question d'un fléchissement de l'exposant γ pour les très petites densités reste au contraire encore ouverte.

Fréquence des gerbes d'Auger de densités différentes à 4 et à 50 m. — Une série de mesures en coïncidences triples, a été effectuée dans le but d'étudier la variation de fréquence des gerbes d'Auger avec la densité en fonction de leur extension. Ces mesures ont été faites sur une base de 4 et de 50 m, avec des surfaces de compteurs par groupe de 0,0130, 0,0650 et 0,1300 m². Les résultats obtenus à 50 m sont résumés dans le Tableau II, ainsi que la valeur du rapport $\frac{T\ 4\ \text{m}}{T\ 50\ \text{m}}$.

TABLEAU II.

S (en m²).	Temps.	T.	T (min⁻¹).	$\frac{T\ 4\ \text{m}}{T\ 50\ \text{m}}$
0,0130...	3784	178	0,047 ± 0,004	4,2 ± 0,05
0,0650...	1218	729	0,60 ± 0,02	2,67 ± 0,16
0,1300...	946	1444	1,53 ± 0,04	2,71 ± 0,10

Les résultats obtenus avec $S = 0,0130$ sont en accord avec ceux obtenus pour les mêmes écartements avec des compteurs de surface de même ordre de grandeur dans les mesures de décohérence effectuées par l'école d'Auger.

De grand intérêt sont au contraire les résultats relatifs aux densités plus basses : la courbe de décohérence des gerbes d'Auger de faible densité semblerait donc être différente de celle obtenue avec des densités correspondantes à des compteurs de surface de l'ordre de 0,0130 m². La valeur de l'exposant γ à 50 m serait de l'ordre de 1,50. Ceci signifierait que la loi de fréquence des gerbes de très grande extension défavorise les grandes densités (résultat raisonnable) ([4]).

Des mesures systématiques sur les courbes de décohérence des gerbes d'Auger de différentes densités sont en cours de préparation au niveau de la mer et en altitude.

Tous les compteurs utilisés de surface efficace de 130 cm² sont à cathode externe (système Maze). Ils se sont révélés tout à fait sûrs et constants dans leur fonctionnement, malgré qu'aucune précaution spéciale n'ait été prise pour les maintenir dans des conditions de température constantes. Chaque groupe de compteurs en parallèle était relié à un préamplificateur d'un système retardateur. Le pouvoir de résolution des sélecteurs était de l'ordre de 4 μs.

Nous remercions le Centre national de la Recherche scientifique qui, avec l'appui du Professeur P. Auger, nous a permis d'entreprendre cette mission au Pic du Midi. Également MM. Maze et Fréon et tous les collaborateurs du laboratoire pour leur aide constante.

([4]) Nous avons fait aussi des mesures sur base de 1 m, tous les groupes de compteurs étant ainsi très voisins. Nous n'avons pas trouvé de différence dans la loi de fréquence avec les gerbes d'extension 4 m.

(*) Des expériences ultérieures et plus précises paraissent montrer que l'efficacité d'un groupe de compteurs continue à croître lentement lorsqu'on écarte les compteurs de plus de leur diamètre (effect c de la note 2, p. 134).

Manuscrit reçu le 12 janvier 1948.

L'HYPOTHÈSE D'UNE PARTICULE INTERMÉDIAIRE LÉGÈRE (MÉSON λ) DANS LES GRANDES GERBES COSMIQUES DE L'AIR (GERBES D'AUGER). ÉTUDE A LA CHAMBRE DE WILSON

Par JEAN DAUDIN.
Observatoire du Pic du Midi. Bagnères-de-Bigorre.

Sommaire. — La dispersion des particules secondaires dans les gerbes qui font partie de grandes gerbes atmosphériques exige une énergie moyenne plus élevée que celle prévue par la théorie des cascades électroniques et peut trouver son explication dans la présence de particules dont la masse est un petit multiple de celle de l'électron, comme le méson λ. Cette particule explique aussi certains aspects particuliers des clichés pris avec une chambre de Wilson déclenchée par les grandes gerbes.

Introduction. — Dans deux Notes [1, 2], le professeur Anger et ses collaborateurs ont exposé comment l'hypothèse de l'existence d'une particule de masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du méson normal, masse qu'ils proposent de supposer égale à trois fois celle de l'électron, pouvait rendre compte des expériences effectuées, sur les grandes gerbes d'Auger avec des compteurs protégés par des écrans de plomb assez épais. Cette nouvelle particule (méson λ) doit même être relativement abondante, formant une fraction notable du rayonnement des grandes gerbes. Nous sommes donc amenés à examiner de nouveau un certain nombre de clichés Wilson obtenus en 1943 (1) : avec des dispositifs de déclenchement sensibles aux grandes gerbes et dans lesquels un écran de plomb de 15 mm était interposé dans la chambre à détente. L'étude a porté sur les gerbes produites localement dans cet écran, en particulier les dispersions angulaires des particules ionisantes (2).

Ces gerbes se répartissent d'après le nombre de secondaires créés dans l'écran de 15 mm de plomb en suivant une distribution qu'interprète bien la théorie des cascades, surtout depuis que Arley a proposé une nouvelle statistique [3]. Mais, au contraire, le pouvoir de pénétration observé est nettement supérieur à celui qu'indique cette théorie. Ainsi le pouvoir gerbigène n'augmente pas avec l'énergie aussi vite que le pouvoir pénétrant et des particules dont le pouvoir de multiplication par gerbes est assez faible sont cependant capables de se manifester encore au delà de 8 cm de plomb, par leurs secondaires. Ceci exige que des particules appartenant à des gerbes peu fournies sous 15 mm de plomb aient cependant une énergie élevée et présentent un faible *scattering* dans le champ coulombien des noyaux. Or des électrons secondaires de telles gerbes devraient avoir une énergie de l'ordre de 10^7 eV, c'est-à-dire l'énergie critique des électrons pour le plomb, et présenter une dispersion de 7° pour 0,15 mm Pb [4] et donc une répartition presqu'isotrope dans un angle de 30° au sortir de l'écran de 15 mm, alors que les résultats que nous allons indiquer montrent autant et même plus de trajectoires déviées de moins de 5° que de trajectoires dispersées jusqu'à 30°.

Si, au contraire, nous attribuons à ces particules une masse plus élevée, par exemple trois fois et si on leur applique la théorie des cascades, l'énergie critique, et donc l'énergie moyenne augmente d'un facteur de l'ordre de 10. Cette énergie plus élevée pourra expliquer la faible dispersion, aux vitesses relativistes où la masse n'intervient pas.

Cette énergie élevée ne parait pas contredite par divers clichés publiés obtenus avec champ magnétique où l'on voit des gerbes abondantes constituées par des secondaires d'énergie moyenne de 30 MeV au lieu de 10 (Anderson Nedermeyer (6)).

Dispositions expérimentales. — Si l'on place des compteurs de Geiger Muller sur un plan horizontal, à quelques mètres les uns des autres, les coïncidences décèlent le passage d'une gerbe d'Auger, dont quelques trajectoires pourront éventuellement être visibles dans une chambre de Wilson déclenchée au même instant. Si cette chambre de Wilson comporte un écran intérieur médian, par exemple de 15 mm de plomb, certaines de ces trajectoires pourront y produire des gerbes secondaires. Un tel montage présente quelque avantage pour l'étude de ces gerbes secondaires : comme celles-ci ne le déclenchent pas elles-mêmes, les compteurs ne peuvent opérer aucune sélection et ne peuvent favoriser les gerbes secondaires très fournies ou présentant certaines dispositions géométriques.

Cette propriété a été utilisée dans un travail antérieur [5] et a permis d'étudier la répartition des gerbes d'après le nombre de leurs secondaires; on a constaté que le spectre d'énergie des trajectoires gerbigènes dans les gerbes d'Auger lorsqu'il est déduit théoriquement de cette répartition, ne peut expliquer le spectre en pouvoir pénétrant, qui, pour des électrons exigerait un spectre d'énergie absurde en $E^{-0,4}$.

(1) Clichés obtenus au cours d'une mission organisée par M. Leprince-Ringuet.

(2) Les résultats publiés récemment par W. B. FRETTER (*Phys. Rev.*, 1948, **73**, p. 41-46), nous paraissent pouvoir être interprétés également par le méson léger.

C'est la répartition angulaire des électrons secondaires qui va être étudiée dans le présent travail.

Dépouillement des clichés. — L'angle mesuré n'est pas l'angle entre primaires et secondaires, mais l'angle entre les projections des primaires et des secondaires. Pour que cet angle ait un sens, il faut que le primaire soit à peu près parallèle au plan de la chambre. On a donc éliminé les gerbes dont le primaire aurait, sans l'écran de plomb, moins de 10 cm de parcours dans la chambre profonde de 3 à 4 cm. On a également exclu les clichés embrouillés où l'individualisation des trajectoires est trop aléatoire.

Lorsque le primaire n'est pas ionisant, sa direction est supposée être celle de la gerbe en général. Celle-ci est considérée comme déterminée lorsque quatre trajectoires et plus sont parallèles entre elles et à une approximation suffisante (environ 3°).

La précision des lectures est de l'ordre de 2° environ. La lecture est faite à la loupe après un examen stéréoscopique attentif qui permet de débrouiller les gerbes.

Statistiques. — Le tableau suivant donne les résultats pour les gerbes d'importance croissante. Les schémas reproduisent graphiquement ces statistiques. Les gerbes à une trajectoire exigent une discussion particulière pour déduire les mésons fortuits. Cette discussion a été faite antérieurement et le résultat seul en est reproduit ici.

TABLEAU I.

Nombre d'électrons secondaires faisant un angle déterminé avec le primaire.

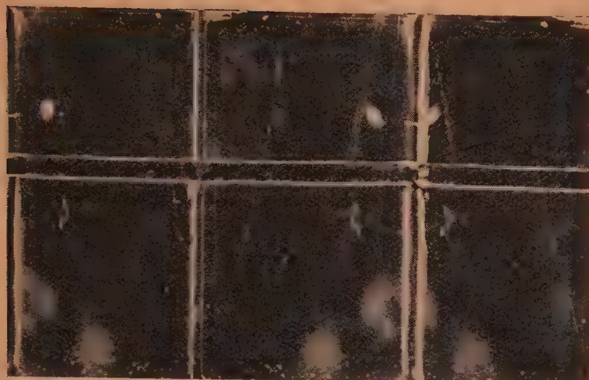
Primaires.	Gerbes comportant (secondaires) :	Angles. 0°.	2,5°.	5°.	10°.	15°.	20°.	30°.	40°.	Nombre de gerbes.
Ionisants...........	1	14	3	6	2	6	8	7	3	49
Non ionisants........	1	10	4	6	4	5	9	4	1	43
Ionisants...........	2	11	8	4	7	4	6	4	4	24
Non ionisants........	2	13	6	3	1	1	3	4	3	17
Inconnus...........	2	6	4	4	2	1	3	2	0	11
Ionisants...........	3-7	37	15	21	17	14	15	9	25	38
Non ionisants........	3-7	16	13	13	9	11	8	6	12	23
Inconnus...........	3-7	9	7	6	9	6	5	6	3	10
Ionisants...........	8-15	35	17	18	14	12	17	14	17	14
Non ionisants........	8-15	8	4	6	5	1	3	2	5	4
Inconnus...........	8-15	11	7	7	6	4	7	1	2	4
Ionisants...........	20-40	13	7	12	10	9	10	10	12	3

Prévisions théoriques. — La répartition angulaire des trajectoires de gerbes n'a encore été calculée suivant la théorie des cascades d'électrons et de photons que dans un cas particulier : celui des grandes gerbes de l'air dont l'énergie est quasi infinie. En outre, dans le calcul de Molière il s'agit, semble-t-il, de gerbes à leur maximum, dont le spectre d'énergie interne est en E^{-1} (spectre intégral). Le calcul de Molière, qui, en outre, considère les angles comme petits ne peut donc être utilisé tel quel.

On se bornera donc ici à des considérations qualitatives : il est, en effet, possible de prévoir que les gerbes d'énergie croissante sont théoriquement de plus en plus concentrées vers l'avant. Pour une gerbe à son maximum, le spectre d'énergie intégral des secondaires d'énergie peu supérieure à l'énergie critique est en E^{-1}. Pour une gerbe réduite à un secondaire, ce spectre est en $E^{-1,8}$. Comme la diffusion élastique des trajectoires est proportionnelle inversement à l'énergie, on peut prévoir que 30 secondaires uniques produits par 30 électrons gerbigènes doivent former une distribution beaucoup plus largement étalée que 30 particules appartenant à une gerbe de grande énergie. En effet, les primaires donnant leur gerbe maxima pour 15 mm engendrent à peu près 30 secondaires. Certes, les électrons d'énergie inférieure à l'énergie critique ont un spectre d'énergie peu variable avec l'importance de la gerbe, mais et particulièrement pour le plomb, leur nombre doit être inférieur à celui des électrons rapides. Ils peuvent atténuer cet effet dans une petite mesure : il reste que, plus la dégradation de l'énergie est avancée, moins grand est le nombre de secondaires, plus faible leur énergie moyenne et plus fort leur étalement en direction.

Ajoutons que la diffusion élastique moyenne indiquée par Sheppard et Fowler pour les électrons de 10^7 eV est telle dans le plomb que leur répartition angulaire doit être presque isotrope [4].

Discussion. — Plusieurs traits observés sont en accord avec les prévisions. En particulier, les gerbes produites par des particules ionisantes et celles produites par des photons ont une structure géométrique identique aux erreurs près. Seules, les paires



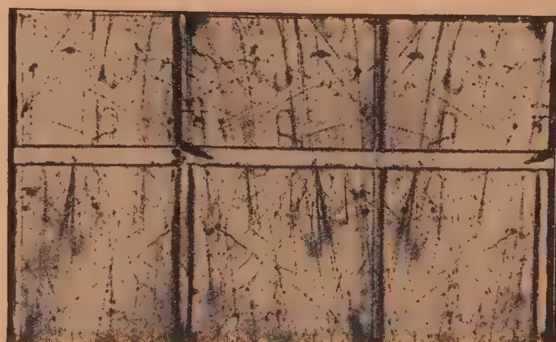
Cliché I.



Cliché IV.



Cliché II.



Cliché V.



Cliché III.



Cliché VI.

DESCRIPTION DES CLICHÉS.

I. Ont été touchés : 2 compteurs couverts de 4 cm de plomb et 1 compteur nu, mais non un 4ᵉ compteur couvert de 4 cm de plomb.

4 trajectoires à peu près parallèles dont 2 forment une paire serrée bloquée dans le plomb après avoir traversé 2 mm de laiton. La 3ᵉ trajectoire parallèle s'échappe de la chambre. La 4ᵉ traverse 15 mm de plomb avec une déviation de 9° environ. Elle est à 2° près parallèle aux autres après avoir traversé 14 mm de laiton. L'ionisation est forte après la traversée : 23 amas de gouttelettes sur 10 cm de parcours. L'ionisation des trajectoires de la paire est peut-être déjà un peu forte : 37 sur 24 cm de parcours alors que sur les autres trajectoires, il y a 28 amas sur 20 cm. De plus, des électrons ayant subi une si faible déviation élastique seraient presque sûrement gerbigènes. Les déviations dans le laiton et le plomb suffiraient pour indiquer une gerbe de mésons issue du toit de planches situé à 2 m plus haut; les mésons de la paire auraient un moment de 100 MeV. Le méson qui traverse aurait 160 MeV et tomberait à 100 MeV après traversée. La trajectoire oblique peut être expulsée par la particule pénétrante dans le gaz.

Exemple de trajectoires non gerbigènes de moment élevé et probablement non électroniques groupées par paires.

II. Ont été touchés 3 compteurs nus.

Gerbe de trajectoires peu déviées créées dans 14 à 20 mm de laiton (1,2 à 1,7 unité de la théorie des cascades), 12 trajectoires sont groupées, dont 6 dans 3 paires très serrées, 3 trajectoires sont plus divergentes.

D'après la théorie des cascades, une telle figure est une forte fluctuation. La majorité des trajectoires, si c'était un cas moyen (primaire 2.10^{12}) devrait être concentrée dans un angle de 1°, ce qui n'est évidemment pas le cas. Mais, même



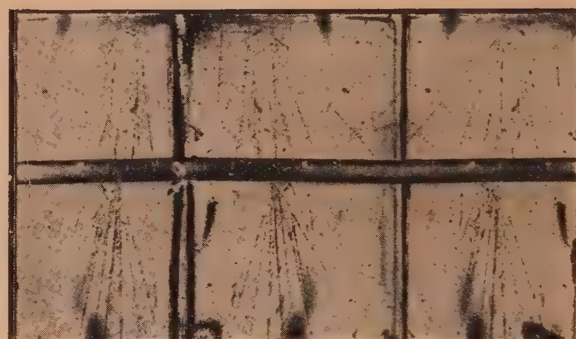
Cliché VII.



Cliché IX.



Cliché VIII.



Cliché X.

si le primaire était un électron d'énergie très inférieure à 10^{12} eV, on ne comprend pas pourquoi les trajectoires sont groupées dans un tel cône sans ligne centrale bien définie et pourquoi cette particule de très grande énergie se trouve dans une zone de densité relativement faible au milieu de trajectoires qui ne paraissent même pas gerbigènes.

La disposition géométrique uniforme dans un cône étroit est semblable à celle du cliché V de l'article des *Annales de Physique*, 1944, **110**, qui n'est pas une cascade ordinaire.

Sur 4000 clichés de grandes gerbes de l'air il n'a pas davantage été observé de noyau constitué suivant les prévisions théoriques par une ligne singulière au voisinage de laquelle la densité décroît rapidement. Les clichés très fournis montrent des paquets très abondants de densité uniforme (jusqu'à 10.000 traj. au m²) où l'on discerne cependant parfois quelques sous-groupes. L'analogie avec le cliché V des Annales conduit à voir dans ce dernier l'image de la naissance d'une gerbe d'Auger qui dans cette hypothèse serait peu conforme au schéma des cascades et serait associée à un phénomène nucléaire.

III. Ont été touchés 2 compteurs couverts de 8 cm de plomb, mais non un 3ᵉ nu.

7 trajectoires dans un angle total de 4°. Origine assez bien définie dans le fond de la chambre.

Les trajectoires ont dû traverser 10 cm de duralumin. Le primaire d'une telle gerbe devrait avoir une très grande énergie. Il n'y a pas de trajectoire molle, pas de ligne centrale. Secondaires créés dans une zone de faible densité générale. Ce ne sont sûrement pas des électrons de cascades.

IV. Gerbe de l'air touchant 2 compteurs couverts de 4 cm de plomb et un 3ᵉ nu. Une gerbe secondaire est composée d'un pinceau de 9 trajectoires uniformément réparties et d'un pinceau annexe de 3 trajectoires. Il est probable que 2 des 3 trajectoires forment une paire serrée créée dans le gaz à 3 cm au-dessous du plomb.

Une autre gerbe secondaire comprend un pinceau isolé couvrant 2° et composé d'environ 6 trajectoires non individualisables.

V. Ont été touchés 2 compteurs couverts de 8 cm de plomb, 1 compteur nu.

On remarquera la paire et la gerbe de 3 trajectoires serrées créées par 2 primaires ionisants. La plus grosse des gerbes comprend des trajectoires d'ionisation variée qui peuvent être, en partie, des paires indiscernables. Un autre secondaire est également très ionisant.

VI. Ont été touchés, 2 compteurs couverts de 8 cm de plomb, un compteur couvert de 4 cm de plomb et un nu.

Une gerbe est créée à l'entrée de la chambre de Wilson dans 14 mm de laiton; elle comprend 5 trajectoires dont 4 en un pinceau. Les 2 trajectoires centrales très ionisantes sont bloquées dans le plomb. Il est probable qu'il s'agit d'une paire de mésons lents. Deux paires indiscernables d'électrons donneraient le même aspect, mais l'absence de tout secondaire sous l'écran est peu favorable à cette interprétation. Au voisinage, une trajectoire oblique de particule lourde lente.

VII. Gerbe de l'air touchant 3 compteurs couverts de 4 cm de plomb et un nu.

On remarquera la bipartition apparente du centre de la gerbe, son étalement, le caractère ionisant de la particule primaire qui peut être une paire serrée de particules rapides, mais isolée malgré son énergie dans une zone de densité générale médiocre.

VIII. Ont été touchés 3 compteurs couverts de 4 cm de plomb et un nu.

Cette gerbe de grande énergie est située dans une zone de densité générale médiocre. Elle est sans doute due à une particule ionisante. Elle est composée de pinceaux divergents :

un pinceau central abondant non résolu, deux paires latérales dont les branches sont indiscernables et 2 pinceaux de 4 trajectoires chacun émis à 30 et 45° de la direction de la gerbe. L'un des pinceaux comprend une paire très serrée et une paire qui se dédouble dans le gaz. On peut penser à des types de gerbes de ce genre pour expliquer les coïncidences entre compteurs sous plomb, observées par exemple par Auger et Daudin.

Gerbe mentionnée dans la note des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (1948, **228**, p. 484).

IX. Ont été touchés 2 compteurs couverts de 8 cm de plomb et un nu.

Très peu de trajectoires n'appartenant pas à la gerbe issue du fond de la chambre. Une des trajectoires paraît traverser sans secondaire (au milieu du triplet serré et, au-dessous, une longue trajectoire emmêlée dans les secondaires de gerbe). L'une des gerbes secondaires comporte 2 trajectoires plus ionisantes que la moyenne, peut-être des paires indiscernables. L'autre gerbe aussi. Une de ces trajectoires voit son ionisation tomber brusquement après qu'une particule légère rapide s'en soit séparée sur la gauche sous un angle de 25°.

Gerbe mentionnée dans la Note des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1948, **228**, p. 484).

X. Gerbe pénétrante associée à une gerbe de l'air.

Il y a probablement une ou deux trajectoires pénétrantes et vraisemblablement une fourche ouverte à 15° sur le côté droit de l'image centrale, un peu difficile à débrouiller de la gerbe.

La trajectoire centrale de la gerbe devient très ionisante sur 5 cm de parcours. L'ionisation diminue brusquement après un nuage de gouttelettes, tout en restant peut-être supérieure à celle des trajectoires voisines. Un secondaire est peut-être émis dans le gaz au point où la trajectoire semble devenir très ionisante. Un effet parasite peut difficilement expliquer cette apparence qui ne s'observe pas sur les trajectoires voisines. Il s'agit sans doute d'une désintégration.

dues à des photons présentent des traits anormaux et seront examinées plus loin.

On peut, à première vue, distinguer sur le tableau deux zones : d'une part, les trajectoires très peu déviées (moins de 5°). Puis les autres jusqu'aux déviations de 40° au delà desquelles la statistique ne peut plus être considérée comme suffisamment fidèle. Les trajectoires de la deuxième catégorie paraissent réparties de façon presque isotrope pour les gerbes à une trajectoire et les paires produites par des photons. Les gerbes plus denses présentent, dans cette région, une structure géométrique plus orientée vers l'avant, comme on peut le prévoir.

L'importance des petites déviations est le trait le plus saillant de ces statistiques. Le Tableau II donne la fréquence relative des déviations inférieures à 5°.

TABLEAU II.

	Gerbes comportant								
	1 traj.		2 traj.		3-7 traj.		8-15 traj.		plus de 20 traj.
Primaires photons ou ionisants	P.	I.	P.	I.	P.	I.	P.	I.	I.
Nombre de secondaires présentant une déviation inférieure à 5°	14	17	19	19	29	52	12	52	20
Déviation comprise entre 5 et 30°	24	22	8	21	41	67	15	61	41
Pourcentage des déviations inférieures à 5°	37	43	71	48	42	44	45	46	33

P, gerbes produites par un photon; I, gerbes produites par une particule ionisante.

Ces expériences ne permettent pas de déceler un accroissement du nombre de secondaires peu déviés avec l'énergie du primaire et l'ampleur croissante de la gerbe.

Ainsi, les trois gerbes très fournies observées présentent, contrairement aux prévisions, une proportion plutôt faible de trajectoires peu déviées. Deux gerbes de cette catégorie présentent une apparence plus ou moins « explosive » et comportent des pinceaux distincts. L'évaluation du nombre de secondaires dans la région centrale de ces gerbes est difficile, mais le cliché VIII paraît très caractéristique.

Les trajectoires peu déviées parmi les gerbes à une ou deux trajectoires sont impossibles à expliquer s'il s'agit de gerbes produites par des électrons. En principe, la grande majorité des secondaires de cette sorte devraient avoir une énergie voisine de l'énergie critique 10^7 eV et être considérablement déviées. On ne voit pas comment la répartition peut présenter un pic aigu de cette importance au voisinage immédiat des déviations nulles.

En ce qui concerne les gerbes dues à des particules ionisantes, on pourrait attribuer les trajectoires très peu déviées à des mésons ordinaires. C'est ce qui a été fait dans un travail antérieur [5]. Il faut, toutefois, remarquer que 10 à 20 pour 100 seulement des mésons donnent des secondaires dans un tel écran, ce qui rend impossible l'interprétation des gerbes de deux trajectoires et plus.

Il est impossible d'attribuer à un hasard le pic aigu pour les gerbes dues à des photons, à une ou deux trajectoires. En ce qui concerne les paires, pour lesquelles la prédominance des faibles déviations est considérable, on doit remarquer qu'il existe un nombre notable de paires très serrées parfois indiscernables (mettons trois ou quatre), semblables à celle visible sur la figure 10 de l'article d'Anderson et Neddermeyer [6], laquelle peut assez difficilement être considérée comme une paire d'électrons. On sait d'ailleurs que les paires serrées interviennent assez fréquemment dans les gerbes (il existe même des gerbes composées essentiellement de paires serrées régulièrement disposées et dont

les secondaires paraissent présenter parfois une interaction très élevée avec les atomes du gaz ou une durée de vie très brève) L'anomalie observée pour les paires dues à des corpuscules non ionisants souligne expérimentalement le rôle joué par la matérialisation dans le mécanisme des gerbes.

Lorsqu'on examine le type moyen des gerbes qui ressort de nos statistiques, on est frappé par cette condensation des trajectoires dans un pinceau de $\pm 5^{\circ}$ qui fait aussitôt penser aux gerbes étroites de Bothe et Schmeiser. Il en résulte même la distinction de deux catégories de particules secondaires, qui s'expliqueraient par l'hypothèse de deux masses différentes, électronique et multiple (triple) de l'électronique. Ces énergies critiques n'étant pas les mêmes, les particules plus lourdes seront, en moyenne, plus énergiques et plus concentrées angulairement autour de la direction de la particule initiale. Le cliché V par exemple, peut s'interpréter ainsi par un faisceau de mésons λ au milieu d'électrons d'énergie beaucoup plus faible très diffusés.

Autres arguments. — Une série d'autres arguments peuvent être tirés de l'observation des clichés.

A. *Ionisation*. — Un méson de masse 200, arrêté dans 15 mm de plomb, a un moment au plus égal au moment critique au-dessous duquel l'ionisation s'accroît rapidement. Des gerbes de particules pénétrant 15 mm de plomb sans produire de secondaires (gerbes de mésons), présentent de nombreuses trajectoires d'aspect identique, dont certaines sont arrêtées dans l'écran [7]; or, l'ionisation devrait varier d'une trajectoire pénétrante à la trajectoire absorbée voisine. Des mésons de masse 200 ne pourraient ainsi disparaître que s'ils étaient absorbés bien avant de se désintégrer, par exemple dans des noyaux. Il peut, d'autre part, s'agir d'électrons lents, dans certains cas, mais il est plus aisé de concilier la pénétration de certaines particules avec l'absorption de certaines particules voisines, s'il s'agit de mésons légers.

B. *Paires serrées*. — Les nombreuses paires serrées présentes dans les gerbes secondaires sont parfois émises à de grands angles du primaire. D'après ce qui précède des paires de 10^{7} eV doivent être dissociées par le scattering après avoir traversé une pellicule excessivement mince de plomb. Si la masse est triple, l'énergie critique est multipliée par 10, la pellicule superficielle génératrice de paires serrées sera multipliée par 100, ce qui rend l'interprétation des clichés plus aisée.

Peut-être certaines de ces difficultés pourront-elles s'expliquer quand la nature des particules intermédiaires sera élucidée. Nous rappelons ici que Bhabha [9] a montré que des particules du type de l'électron, mais de spin supérieur, devraient se présenter sous plusieurs masses. Ainsi, une particule de spin 3 doit présenter la masse de l'électron ou une masse triple.

Difficultés. — Il reste de nombreuses difficultés dans l'interprétation des clichés, même à la lumière de l'hypothèse du méson. Ainsi, on peut observer, dans les gaz, des paires de petit angle créées par des particules ionisantes, ainsi que des émissions de secondaires énergiques sous de grands angles. Ces effets ne sont observables que lorsqu'ils se produisent à quelques centimètres au-dessous du plomb et, par conséquent, doivent être très fréquents le long des trajectoires dans le gaz pour que quelques cas aient été effectivement photographiés. Ces effets exigent, soit une très forte interaction avec les atomes du gaz, ou bien une durée de vie très brève pour certaines des particules [8].

Une autre difficulté réside dans la divergence très grande de certaines gerbes composées de particules plus lourdes que les électrons et également dans la production de gerbes abondantes dans des écrans minces (une à deux unités de radiation) au sein de régions à faible densité des grandes gerbes (cliché II), ce qui n'est pas compatible avec une dégradation régulière de l'énergie.

L'auteur remercie le professeur Auger pour l'aide qu'il lui a apportée et les observations qui ont contribué à éclaircir ce problème.

Manuscrit reçu le 19 avril 1948.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Auger, Daudin, Fréon et Maze, *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, p. 169 et 569.

[2] *Loc. cit.*

[3] Arley, *Thèse de Doctorat*, Copenhague, 1943.

[4] Sheppard et Fowler, *Phys. Rev.*, 1940, **57**, p. 273.

[5] Daudin, *Ann. de Physique*, 1945, **20**, p. 571.

[6] Anderson et Neddermeyer, *Rev. of Mod. Phys.*, 1939.

[7] Par exemple les gerbes de : Daudin, *Nature*, 1945, **150**, p. 240, ou *Ann. de Physique*, 1944, **142**, p. 120; *voir* aussi cliché I.

[8] Aux effets mentionnés (*C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, p. 484), on doit ajouter la présence d'un grand nombre de rayons sur certaines trajectoires, un cas de fourche ouverte à 60° sous le plomb sans agent ionisant (identique, semble-t-il, à celui observé par Rochester), enfin deux cas où des trajectoires de gerbe sans changer de direction, voient leur ionisation tomber brusquement (clichés XI et XII).

[9] Bhabha, *Rev. Mod. Phys.*, 1945, **17**, p. 200.

CALCUL SEMI-QUANTIQUE DU SPECTRE DE RAYONNEMENT DANS UN ACCÉLÉRATEUR CIRCULAIRE, A ÉLECTRONS

Par A. ABRAGAM.

Sommaire. — On étudie par une méthode semi-quantique le rayonnement d'un électron dans un accélérateur circulaire.

Les résultats coïncident avec ceux obtenus par la méthode classique, ce qui tend à légitimer cette dernière dans les cas où elle pourrait paraître sujette à caution.

Introduction. — Une étude de Schwinger a montré qu'un électron de grande énergie en mouvement circulaire émet un rayonnement, dont le spectre d'énergie est d'une extraordinaire richesse en harmoniques. Les principaux résultats de cette étude sont les suivants :

Notations :

E, énergie de l'électron;
E_0, énergie de repos de l'électron;
W_r, énergie rayonnée par tour d'électron;
W_n, énergie rayonnée sur l'harmonique de rang n.

Dans ces conditions on montre que (Schwinger)

$$W_r \sim \left(\frac{E}{E_0}\right)^4.$$

D'autre part W_n croît avec n comme $(n)^{\frac{1}{3}}$ jusqu'à un rang n_0, puis décroît rapidement. $n_0 \sim \left(\frac{E}{E_0}\right)^3$.

Exemple. — Soit un électron de 10^9 eV (1 B eV) avec une fréquence de révolution de 30 Mc ($\lambda = 10$ m). Avec des valeurs raisonnables pour les différents paramètres de l'accélérateur, on trouve

$$W_r \# 30\,000 \text{ eV}, \qquad n_0 \# 10^{10}, \qquad \lambda_{n_0} \# 10 \text{ Å}.$$

Or l'énergie d'un photon de 10 Å est déjà de l'ordre de 1000 eV. Il en résulte que sur un harmonique déterminé, et par tour d'électron, seul un petit nombre de photons est émis. On peut se demander dans ces conditions si le calcul classique du rayonnement est légitime et s'il ne serait pas nécessaire de faire appel à la théorie des quanta.

Position du problème. — Que l'accélérateur soit un bétatron ou un synchrotron, le système se compose essentiellement des parties suivantes :

A. 1° Un champ magnétique constant destiné à produire le mouvement circulaire;

2° Un champ électrique accélérateur, tangentiel à la trajectoire (localisé en des points de la trajectoire pour le synchrotron, réparti le long de celle-ci, pour le bétatron).

B. L'électron en mouvement.

C. Le champ rayonné par l'électron.

Il n'est bien entendu pas question de quantifier les champs A, qui seront considérés comme des fonctions données de l'espace et du temps.

Quantifier le mouvement de l'électron apparaît à la fois comme très *difficile* et probablement *inutile.*

Difficile, parce que si en mécanique classique on peut considérer des trajectoires circulaires dans un champ magnétique constant et uniforme (en négligeant le rayonnement) correspondant à une vitesse initiale perpendiculaire au champ magnétique, en mécanique ondulatoire il est impossible d'imposer de telles conditions initiales particulières qui assurent à la trajectoire sa périodicité.

Un électron dans un champ magnétique constant et uniforme n'aurait pas d'états fermés.

Il faudrait donc (comme cela a lieu en pratique) imposer au champ constant une structure focalisante (variation convenable du champ dans l'espace) que l'on ferait entrer dans l'équation de Dirac régissant le mouvement de l'électron. Un tel problème serait certainement très compliqué.

Inutile, parce que les grandes dimensions de la trajectoire permettent à la fois de satisfaire au principe d'incertitude et de considérer pratiquement l'électron comme un point localisé ayant une quantité de mouvement bien définie.

Si donc l'électron est décrit classiquement, le champ accélérateur et la réaction de rayonnement auront tendance à transformer la trajectoire circulaire en spirale, respectivement centrifuge ou centripète.

(Ceci dans le cas du synchrotron; dans le cas du bétatron, si l'on néglige le rayonnement, l'effet du champ accélérateur est de conserver le rayon en faisant croître la vitesse angulaire.)

Si nous nous plaçons à la limite des possibilités d'accélération en considérant que l'énergie fournie par tour, par le champ accélérateur, est égale à celle rayonnée, nous pourrons faire abstraction du champ

extérieur et considérer le mouvement circulaire et uniforme de l'électron, comme imposé en fonction du temps, sans nous préoccuper des causes qui le produisent.

Le champ électromagnétique de rayonnement sera considéré comme un système quantifié S interagissant avec l'électron en mouvement qui provoque une perturbation de ce système.

On peut remarquer que c'est là un point de vue symétrique de celui adopté quelquefois, qui consiste à considérer la matière en mouvement comme un système quantifié, et une onde lumineuse décrite classiquement, comme une perturbation de ce système. Cette dernière manière de voir rend compte correctement de nombreux phénomènes. On peut en trouver une justification dans le raisonnement sommaire suivant : Les échanges d'énergie entre matière et rayonnement doivent se faire de façon discontinue. Une description des phénomènes, où seul l'un des partenaires peut céder et recevoir de l'énergie par quanta, quoique incomplète, peut donc conduire à des résultats corrects. Ce raisonnement s'applique sans changement au cas qui nous occupe.

Résolution du problème. — *Recherche de l'hamiltonien d'interaction.* — On montre en théorie quantique des champs que l'on peut prendre comme hamiltonien de couplage entre matière et rayonnement l'opérateur

$$\mathcal{H}' = \int H' \, dx \, dy \, dz, \quad \text{où} \quad H' = -\frac{1}{c}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}_{tr}).$$

Notations : Le champ est décrit par le quadrivecteur potentiel

$$\mathcal{A} \begin{cases} A_1(x, y, z, t), \\ A_2(\quad » \quad), \\ A_3(\quad » \quad), \\ A_i(\quad » \quad). \end{cases}$$

Les diverses composantes A_i sont des opérateurs.

$\mathbf{s}$ (x, y, z, t) est le vecteur courant électrique (vecteur tridimensionnel); $\mathbf{A}_{tr}$ est un trivecteur dont les trois composantes sont A_1, A_2, A_3. Contrairement à $\mathcal{A}$, $\mathbf{s}$ est dans nos hypothèses non un opérateur mais une fonction ordinaire.

Si $\mathbf{f}$ (t) est le trivecteur dont les composantes sont les coordonnés de l'électron, on a pour $\mathbf{s}$

$$\mathbf{s} = e\dot{\mathbf{f}}(t) \cdot \delta[\mathbf{x} - \mathbf{f}(t)], \tag{1}$$

δ est la fonction de Dirac.

En intégrant l'expression de H', il vient

$$\mathcal{H}' = -\frac{e}{c}\left(\dot{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{A}_{tr}(f_x, f_y, f_z, t)\right). \tag{2}$$

e est la charge de l'électron.

Calcul des probabilités d'émission. — Pour introduire le langage des photons, supposons comme on le fait toujours, tout le système enfermé dans un cube de rayon très grand et développons $\mathbf{A}_{tr}$ en série de Fourier suivant des vecteurs

$$\mathbf{A}_\lambda(x, y, z) = \mathbf{e}_\lambda \sqrt{4\pi c^2} \, e^{i(\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r})}, \quad \text{avec} \quad (\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{k}_\lambda) = 0,$$

$k_\lambda = \frac{\nu_\lambda}{c}$. (Toutes les notations sont celles de Heitler, *Quantum Theory of Radiation.*)

$$\mathbf{A}_{tr} = \sum_\lambda q_\lambda \mathbf{A}_\lambda(f_x, f_y, f_z) + q_\lambda^\star \mathbf{A}_\lambda^\star(f_x, f_y, f_z);$$

q_λ et $q_\lambda^\star$ sont respectivement les opérateurs d'émission et d'absorption de photons de direction de propagation $\vec{k}_\lambda$, polarisation e_λ et fréquence ν_λ. D'après (2) il vient

$$\mathcal{H}' = -\frac{e}{c}\left(\dot{\mathbf{f}} \cdot \Sigma \, q_\lambda \mathbf{A}_\lambda(\mathbf{f}) + q_\lambda^\star \mathbf{A}_\lambda^\star(f)\right),$$

q_λ et $q_\lambda^\star$ sont représentés par des matrices aux propriétés bien connues, dont les seuls éléments non nuls sont :

$$q_{n_\lambda, n_\lambda+1} = q^\star_{n_\lambda+1, n_\lambda} = \sqrt{\frac{\hbar(n_\lambda + 1)}{2\nu_\lambda}} \, e^{-i\nu_\lambda t},$$

où n_λ représente le nombre de photons dans un état déterminé.

Le maximum de renseignements disponibles, sur le champ est fourni par la connaissance des nombres n_λ. Sous l'action perturbatrice de l'électron en mouvement il y a probabilité de transition s'exprimant par la variation des nombres n_λ.

Nous nous intéressons ici uniquement à l'émission spontanée de l'électron, à l'exclusion de tout phénomène d'absorption et d'émission provoquée.

Nous prendrons donc comme état Ψ_0 non perturbé du système l'état où tous les nombres n_λ ont la valeur zéro.

Par suite de la perturbation l'état du champ au temps t sera de la forme

$$\Psi = \sum_\lambda b_\lambda(t) \Psi_\lambda, \tag{3}$$

où les Ψ_λ sont les états propres du champ non perturbé, caractérisés chacun par l'ensemble des nombres n_λ des photons, existant dans cet état du champ. La méthode de perturbation de Dirac donne, compte tenu du fait qu'il n'y a pas de photons dans l'état initial,

$$-i\hbar \dot{b}_\lambda(t) \neq -\frac{e}{c}\left(\dot{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{A}_\lambda(\mathbf{f})\right) q_{n_\lambda=0, n_\lambda=1}. \tag{4}$$

Le second membre est le seul élément de matrice de l'hamiltonien de couplage, intervenant dans le calcul de la perturbation du premier ordre, à laquelle on se limite dans l'étude de l'émission. L'état Ψ_λ dont b_λ est le coefficient dans (3) est celui où l'un

des nombres n_λ est égal à 1, tous les autres étant nuls [1].

Soit v la vitesse de l'électron, ω_0 sa vitesse angulaire.

Prenons comme axe des z l'axe de la trajectoire circulaire. On aura alors

$$\mathbf{f}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{v}{\omega_0}\cos\omega_0 t,\\[2mm] \dfrac{v}{\omega_0}\sin\omega_0 t,\\[2mm] 0\end{array}\right. \qquad \dot{\mathbf{f}}\left\{\begin{array}{l}-v\sin\omega_0 t,\\ v\cos\omega_0 t,\\ 0\end{array}\right.$$

Soient α, β, γ les cosinus directeurs du vecteur de propagation $\mathbf{k}_\lambda$ et α', β', γ' ceux du vecteur de polarisation $\mathbf{e}_\lambda$.

On a

$$(\mathbf{f}.\mathbf{k}_\lambda) = \frac{\nu_\lambda}{\omega_0}\frac{v}{c}(\alpha\cos\omega_0 t + \beta\sin\omega_0 t) = \frac{a}{\omega_0}\nu_\lambda\cos(\omega_0 t - \varphi),$$

avec

$$\frac{v}{c}\sqrt{\alpha^2+\beta^2} = a, \qquad \frac{\beta}{\alpha} = \operatorname{tg}\varphi.$$

De même,

$$\frac{1}{c}(\dot{\mathbf{f}}.\mathbf{e}_\lambda) = \frac{v}{c}(-\beta'\cos\omega_0 t + \alpha'\sin\omega_0 t) = a'\cos(\omega_0 t - \varphi'),$$

avec

$$\frac{v}{c}\sqrt{\alpha'^2+\beta'^2} = a', \qquad -\frac{\alpha'}{\beta'} = \operatorname{tg}\varphi'.$$

D'où

$$\dot{b}_\lambda(t) = \frac{-i}{\sqrt{2\hbar\nu_\lambda}}e\sqrt{4\pi c^2}\,a'\cos(\omega_0 t - \varphi') \times e^{i\left\{\frac{\nu_\lambda}{\omega_0}a\cos(\omega_0 t - \varphi) - \nu_\lambda t\right\}}. \tag{5}$$

[1] A ce point du calcul on peut remarquer, compte tenu de l'expression des matrices q que $\dot{b}_\lambda$ est proportionnel d'après (4) à $\frac{1}{\sqrt{\hbar}}$. La probabilité d'émission d'un photon γ sera proportionnelle à $\frac{1}{\hbar}$. (Elle est proportionnelle à $|b_\lambda|^2$). L'énergie rayonnée sur cette fréquence, proportionnelle à cette probabilité, et à $\hbar\nu_\lambda$ aura une expression qui ne contiendra pas $\hbar$. Or d'après le principe de correspondance l'énergie rayonnée w_λ devrait tendre vers celle calculée classiquement lorsqu'on fait tendre $\hbar$ vers zéro. Comme elle ne contient pas $\hbar$ elle coïncide donc avec l'expression classique. Ce résultat est évidemment indépendant de la loi de mouvement $\mathbf{f}(t)$ imposée à l'électron.

La seule différence au point de vue résultats avec la théorie classique, réside dans le fait que si les probabilités d'émission d'un photon par unité de temps sont petites, il peut y avoir des fluctuations que la théorie classique est évidemment impuissante à prévoir.

Mais il suffit, pour obtenir ces probabilités, de diviser par $\hbar\nu$ l'énergie rayonnée sur une fréquence déterminée, calculée classiquement.

Il est néanmoins intéressant de poursuivre le calcul pour les raisons suivantes :

1° A titre de vérification;

2° Pour l'intérêt intrinsèque de la méthode de calcul, car elle donne peut-être plus rapidement et simplement que la méthode classique des potentiels de Liénard-Wichert, le contenu spectral de la radiation émise.

En développant l'exponentielle suivant une formule classique

$$\dot{b}_\lambda(t) = \frac{-i}{\sqrt{2\hbar\nu_\lambda}}e\sqrt{4\pi c^2}\,a'\cos(\omega_0 t - \varphi') \times\left\{\mathcal{J}_0\left(\frac{\nu_\lambda a}{\omega_0}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} i^n\mathcal{J}_n\left(\frac{\nu_\lambda a}{\omega_0}\right)\cos n(\omega_0 t - \varphi)\right\}.$$

En décomposant les cosinus en exponentielles, puis en intégrant, on obtient pour $b_\lambda(t)$ une somme d'exponentielles imaginaires dont les dénominateurs sont de la forme $(n+1)\omega_0 \pm \nu_\lambda$ et $(n-1)\omega_0 \pm \nu_\lambda$. $b_\lambda(t)$ a au cours du temps une valeur moyenne très faible à moins que la fréquence ν_λ du photon émis ne soit très voisine de $p\omega_0$ où p est un nombre entier. Si nous n'écrivons alors que la partie principale de $b_\lambda(t)$ on trouve en posant

$$D_\lambda = \frac{-i}{\sqrt{2\hbar\nu_\lambda}}e\sqrt{4\pi c^2}$$

et compte tenu de $b_\lambda(0) = 0$,

$$b_\lambda(t) = \frac{a' D_\lambda}{2} i^{p-2} e^{-i[(p-1)\varphi+\varphi']} \times[\mathcal{J}_{p-1}(pa) - \mathcal{J}_{p+1}(pa)e^{2i(\varphi'-\varphi)}]\frac{1 - e^{i(p\omega_0-\nu_\lambda)t}}{p\omega_0 - \nu_\lambda},$$

$$|b_\lambda|^2 = \frac{D_\lambda^2 a'^2}{2} \times[\mathcal{J}_{p-1}^2(pa) + \mathcal{J}_{p+1}^2(pa) - 2\mathcal{J}_{p-1}(pa)\mathcal{J}_{p+1}(pa)\cos 2(\varphi'-\varphi)] \times\frac{1-\cos(p\omega_0 - \nu_\lambda)t}{(p\omega_0-\nu_\lambda)^2},$$

$|b_\lambda|^2$ représente la probabilité d'émission d'un photon de fréquence ν_λ très voisine de $p\omega_0$. Mais ce qui a un sens physique c'est l'intégrale de cette expression sur une bande de fréquence étroite $\Delta\nu_\lambda$ contenant $p\omega_0$.

En effectuant cette intégration qui est classique, puis en multipliant l'expression ainsi obtenue par $\frac{\nu_\lambda^2\,d\nu_\lambda\,d\Omega}{(2\pi c)^3}$ (nombre de photons, compris entre les fréquences ν_λ et $\nu_\lambda + d_\lambda$, émis dans l'angle $d\Omega$) on trouve pour la probabilité d'émission d'un photon de fréquence $\nu_\lambda = p\omega$ à $d\nu_\lambda$ près, et de polarisation déterminée, dans l'angle solide $d\Omega$ et par unité de temps,

$$P_1\,d\nu_\lambda\,d\Omega = \frac{1}{2\hbar\nu}c^2 4\pi c^2\frac{a'^2}{2} \times[\mathcal{J}_{p-1}^2 + \mathcal{J}_{p+1}^2 - 2\mathcal{J}_{p-1}\mathcal{J}_{p+1}\cos 2(\varphi'-\varphi)] \times\frac{\pi\nu_\lambda^2\,d\nu_\lambda\,d\Omega}{(2\pi c)^3}.$$

Il faut encore faire la somme

$$P_1 + P_2 = P$$

correspondant aux deux polarisations possibles pour un même vecteur de propagation. Ce calcul peut se simplifier par un choix particulier des axes

de coordonnées qui ne restreint pas la généralité, puisque le rayonnement présente certainement la symétrie de révolution autour de l'axe de la trajectoire.

Supposons alors que les vecteurs propagation et polarisation des photons soient placés comme l'indique la figure.

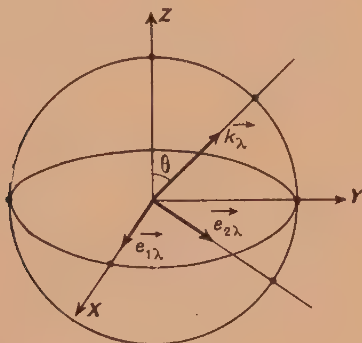


Fig. 1.

On obtient pour les cosinus directeurs de ces vecteurs les valeurs suivantes :

$$\alpha = 0, \qquad \alpha'_1 = 1, \qquad \alpha'_2 = 0,$$
$$\beta = \sin\theta, \qquad \beta'_1 = 0, \qquad \beta'_2 = \cos\theta,$$
$$a = \frac{v}{c}\sin\theta, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2},$$
$$a'_1 = \frac{v}{c}, \qquad \varphi'_1 = -\frac{\pi}{2},$$
$$a'_2 = \frac{v}{c}\cos\theta, \qquad \varphi'_2 = 0.$$

D'où

$$a'^2_1 + a'^2_2 = (1 + \cos^2\theta)\frac{v^2}{c^2},$$
$$a'^2_1 \cos 2(\varphi'_1 - \varphi) + a'^2_2 \cos 2(\varphi'_2 - \varphi) = -\frac{v^2}{c^2}\cos^2\theta.$$

Si l'on remplace alors, compte tenu des formules ci-dessus P par $P_1 + P_2$ et si l'on pose $\frac{v}{c} = \beta$ (il n'y a pas de danger de confusion avec β cosinus directeur qui n'interviendra plus dans la suite), il vient

$$P = \frac{1}{\hbar\nu_\lambda}\frac{e^2}{8\pi c}\beta^2\nu_\lambda^2\{[\mathcal{J}^2_{p-1}(p\beta\sin\theta) + \mathcal{J}^2_{p+1}(p\beta\sin\theta)] \times (1+\cos^2\theta) - 2\mathcal{J}_{p-1}\mathcal{J}_{p+1}\sin^2\theta\}.$$

On peut encore exprimer $\mathcal{J}_p - 1$ et $\mathcal{J}_p + 1$ en fonction de $\mathcal{J}_p$ et $\mathcal{J}'_p$ par les formules des fonctions de Bessel. On trouve

$$P = \frac{1}{\hbar p\omega_0}\frac{\omega_0 e^2\beta p^2}{2\pi R} \times [\mathcal{J}^2_p(p\beta\sin\theta)\cot^2\theta + \beta^2\mathcal{J}'^2_p(p\beta\sin\theta)] \qquad (A)$$

où R est le rayon de la trajectoire.

En multipliant P par $p\omega_0.\hbar$ énergie du photon on obtient l'expression de W_p, énergie émise par unité de temps sur l'harmonique p qui coïncide avec le résultat classique (*voir* par exemple Schiff, Production of particles energies beyond 200 MeV, *Review of Scientific Instruments*, janvier 1946, vol. 17).

Conclusion. — 1° On peut considérer comme corrects les calculs classiques faits sur le rayonnement des particules accélérées. Si l'on veut tenir compte de la structure quantique de la lumière, il suffit de diviser l'énergie rayonnée sur une fréquence donnée calculée classiquement, par l'énergie du photon correspondant, pour obtenir la probabilité d'émission.

Si cette probabilité est faible, un calcul de fluctuations du rayonnement peut être entrepris à partir de ces probabilités.

2° La méthode semi-quantique précédente peut remplacer avantageusement la méthode classique pour l'étude spectrale de l'énergie rayonnée.

3° C'est par une discussion approfondie de la formule (A), faisant intervenir le comportement asymptotique de $\mathcal{J}_p$ (p) pour p très grand, que Schwinger a obtenu les résultats indiqués dans l'introduction. Le détail de ses calculs n'a pas été publié à ma connaissance.

On trouvera des indications sur ce calcul dans l'article déjà cité de Schiff.

Je prie M. le Professeur Francis Perrin de trouver ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail.

Manuscrit reçu le 12 mars 1948.

SUR LA DÉSINTÉGRATION DU MÉSON

Par C. MARTY,
Laboratoire de Chimie nucléaire du Collège de France,
et J. PRENTKI,
Institut Henri-Poincaré.

Sommaire. — Afin d'interpréter des clichés de Lattès, Occhialini et Powell [1], on étudie la probabilité de désintégration d'un méson π à spin entier en deux mésons μ à spin $\frac{1}{2}$. En faisant certaines hypothèses sur les constantes de couplage méson π — μ, ce qui peut se justifier d'après une théorie due à Møller [8], on trouve des vies moyennes de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-9} s. On rencontre certaines difficultés pour la radioactivité β du méson μ.

1. **Introduction.** — Lattès, Occhialini et Powell [1] ont récemment mis en évidence, dans le rayonnement cosmique, l'existence d'un méson lourd π. L'examen critique [2] des différents processus donnant une telle transformation conduit à penser qu'il s'agit là d'une véritable désintégration, c'est-à-dire d'un phénomène se produisant sans interaction avec la matière avoisinante. Le rapport des masses $\frac{m_\pi}{m_\mu}$ est voisin de 1,7 et le bilan énergie-quantité de mouvement indique, dans l'hypothèse d'une désintégration, la création simultanée d'une seconde particule, neutre, avec une masse du même ordre que celle du méson μ.

Comme il a été dit par ailleurs [3], il est possible de donner une interprétation simple de ce phénomène. Nous supposerons que le méson π est responsable des forces nucléaires, suivant le formalisme développé par Møller et Rosenfeld [4]. Pour les mésons μ, il est difficile de dire quoi que ce soit en ce qui concerne leur spin. Le calcul du processus

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \mu^0 \qquad (1)$$

peut se faire en supposant que les mésons μ ont : *a.* soit un spin $\frac{1}{2}$; *b.* soit un spin 0 ou 1. Dans l'éventualité *a.* le calcul de la probabilité de transition se fait facilement d'après la théorie des trous de Dirac (*voir* § 2). L'hypothèse *b.* conduit à envisager des états intermédiaires où figurent des nucléons et antinucléons à quantité de mouvement non définie, ce qui conduit en général à des éléments de matrice divergents (cependant, pour certaines transformations, comme par exemple d'un π pseudoscalaire en deux μ pseudoscalaires, ces éléments de matrice sont rigoureusement nuls). On sait que la présence d'une telle suite continue d'états intermédiaires mène à des résultats difficilement interprétables et nous n'envisagerons donc pas le cas *b*.

En définitive, nous admettrons que les mésons π sont soit vectoriels, soit pseudoscalaires, tandis que les mésons μ sont des particules à spin $\frac{1}{2}$. On peut supposer que ces derniers corpuscules sont les mésons ordinaires du rayonnement cosmique, de masse voisine de 200 m_0, ce qui n'est pas incompatible avec la création des gerbes [5].

2. **Vie moyenne du méson** π. — *a. Méson* π *pseudoscalaire.* — Le champ mésique π est décrit (avec les notations de Møller-Rosenfeld [4]) par un pseudoscalaire ψ et par un pseudoquadrivecteur $(\vec{\Gamma}, \Phi)$ vérifiant les équations

$$\dot{\Psi} = \Phi - \mathbf{Q},$$
$$-\dot{\Phi} = \varkappa_\pi^2 \Psi + \operatorname{div} \vec{\Gamma} - \mathbf{R},$$
$$\vec{\Gamma} = -\operatorname{grad} \Psi + \vec{\mathbf{P}}$$

avec $\varkappa_\pi = m_\pi \frac{c}{\hbar}$ et m_π masse au repos du méson π.

$\vec{\mathbf{P}}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ décrivent les interactions entre les mésons π et μ et sont donnés par

$$\mathbf{R} = f_1 \psi^* \tau \rho_2 \psi,$$
$$\vec{\mathbf{P}} = \frac{f_2}{\varkappa_\pi} \psi^* \tau \vec{\sigma} \psi,$$
$$\mathbf{Q} = \frac{f_2}{\varkappa_\pi} \psi^* \tau \rho_1 \psi,$$

où f_1 et f_2 sont les constantes de couplages $\pi_{PS} - \mu$; ρ_1, ρ_2, $\vec{\sigma}$ les matrices habituelles de Dirac, τ le vecteur spin isotopique et ψ, ψ^* les fonctions d'onde des fermions μ.

L'hamiltonien d'interaction s'écrit, dans un sys-

tème lié au méson π,

$$H = -\int (\mathbf{R}\Psi + \mathbf{Q}\Phi)\,dv.$$

En utilisant la théorie des lacunes de Dirac et le calcul des perturbations, on trouve, pour la probabilité λ^{μ}_{PS} du processus (1), pour un méson π négatif par exemple, après sommation sur les états de spin :

$$\lambda^{\mu}_{PS} = \frac{k\varepsilon_0\varepsilon_-}{2\pi\hbar\varkappa_\pi^2} \times \left\{ (f_1^2 + f_2^2)\left(1 + \frac{\varkappa_0\varkappa_-}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right) + 2f_1 f_2\left(\frac{\varkappa_0}{\varepsilon_0} + \frac{\varkappa_-}{\varepsilon_-}\right) + (f_1^2 - f_2^2)\frac{k^2}{\varepsilon_0\varepsilon_-} \right\} \quad (2)$$

avec :

$k\hbar$, valeur absolue de la quantité de mouvement de chacun des mésons μ;

$\varepsilon_0\hbar c$, $\varepsilon_-\hbar c$, énergie des mésons μ_0 et μ_- respectivement;

$\frac{\varkappa_0\hbar}{c}$, $\frac{\varkappa_-\hbar}{c}$ masse au repos des mésons μ_0 et μ_- respectivement.

On remarque que lorsqu'on fait tendre $\varkappa_0$ vers zéro et $\varkappa_-$ vers $\varkappa_e$ $\left(\frac{\varkappa_e\hbar}{c}\text{ masse au repos de l'électron}\right)$, on retrouve la probabilité λ^{e}_{PS} de désintégration d'un méson π en électron et neutrino [6] :

$$\lambda^{e}_{PS} = \frac{\varkappa_\pi}{8\pi\hbar}\left(f_1' + f_2'\frac{\varkappa_e}{\varkappa_\pi}\right)^2 \quad (^1), \qquad (2')$$

f_1' et f_2' sont les constantes de couplage entre mésons π_{PS} et électrons-neutrinos.

b. Méson π vectoriel. — Un raisonnement analogue donne la probabilité λ^{μ}_{ν} du processus (1) après sommation sur les états de spin des mésons μ et les polarisations du méson π :

$$\lambda^{\mu}_{\nu} = \frac{k\varepsilon_0\varepsilon_-}{2\pi\hbar\varkappa_\pi^2}\left\{ (g_1^2 + g_2^2)\left(1 + \frac{\varkappa_0\varkappa_-}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right) - 2g_1 g_2\left(\frac{\varkappa_0}{\varepsilon_0} + \frac{\varkappa_-}{\varepsilon_-}\right) + \frac{1}{3}(g_1^2 - g_2^2)\frac{k^2}{\varepsilon_0\varepsilon_-} \right\}, \quad (3)$$

où g_1, g_2 sont les constantes de couplage des champs $\pi_\nu - \mu$.

De même, on retrouve, par passage à la limite, la probabilité λ^{e}_{ν} de désintégration d'un méson vectoriel π en électron et neutrino [7] :

$$\lambda^{e}_{\nu} = \frac{\varkappa_\pi}{24\pi\hbar}(2g_1'^2 + g_2'^2) \qquad (3')$$

avec g_1', g_2' constantes de couplage entre mésons π_ν et électrons-neutrinos.

(1) Cette formule diffère par un facteur $\frac{1}{2}$ de celle calculée par Tchang [5], en raison du terme $\frac{\varepsilon_0}{\varkappa_\pi}$ négligé par cet auteur dans le calcul de la densité d'états.

3. **Discussion des résultats.** — Les données numériques de Lattès, Occhialini et Powell [1] permettent de simplifier les formules (2) et (3) : les mésons μ ont, en effet, des énergies cinétiques peu élevées, de l'ordre de 4MV, si l'on suppose $\frac{\varkappa_-}{\varkappa_e} = 200$. On a alors $\frac{k}{\varkappa_\pi} = 0{,}18$ et avec une approximation suffisante $\varepsilon_0 \approx \varkappa_0$, $\varepsilon_- \approx \varkappa_-$. D'autre part, on sait que $\frac{\varkappa_-}{\varkappa_\pi} \approx 0{,}6$ et $\frac{\varkappa_0}{\varkappa_\pi} \approx 0{,}4$. Les expressions (2) et (3) se réduisent, en définitive, à

$$\lambda^{\mu}_{PS} \approx \frac{k}{4\pi\hbar}(f_1 + f_2)^2, \qquad (4)$$

$$\lambda^{\mu}_{\nu} \approx \frac{k}{4\pi\hbar}(g_1 - g_2)^2. \qquad (5)$$

Sur le plan théorique, le formalisme de Møller-Rosenfeld développé dans l'espace à cinq dimensions par Møller [8] abaisse le nombre des constantes figurant dans les relations précédentes. On pose

$$f_1 = g_1, \qquad f_2 = -g_2, \qquad f_1' = g_1', \qquad f_2' = -g_2'.$$

(4) et (5) conduisent alors à la probabilité unique

$$\lambda^{\mu} = \frac{k}{4\pi\hbar}(f_1 + f_2)^2. \qquad (6)$$

La théorie de Møller à cinq dimensions prévoit, en outre, l'existence de différents états de masse pour les particules élémentaires. Il est tentant de faire l'hypothèse que mésons μ et électrons-neutrinos sont précisément deux états d'une même particule et que, par conséquent, leurs constantes de couplage vis-à-vis des mésons π sont identiques, ce qui revient à poser :

$$f_1 = f_1', \qquad f_2 = f_2'. \qquad (7)$$

Ceci permet de calculer le rapport des probabilités $\frac{\lambda^{\mu}}{\lambda^{e}_{PS}}$ et $\frac{\lambda^{\mu}}{\lambda^{e}_{\nu}}$:

$$\frac{\lambda^{\mu}}{\mu^{e}_{PS}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1-\eta}{1-\xi\eta}\right)^2, \qquad \frac{\lambda^{\mu}}{\lambda^{e}_{\nu}} = \frac{(1-\eta)^2}{2+\eta^2} \qquad (8)$$

avec

$$\eta = \frac{f_2}{f_1} \qquad \text{et} \qquad \xi = \frac{\varkappa_e}{\varkappa_\pi}.$$

Pour le calcul numérique des vies moyennes, nous prenons pour la constante de Fermi des spectres β la valeur [9]

$$G = 3.10^{-12} \quad \text{(nombre sans dimensions)}.$$

La théorie mésonique de la désintégration β [10] permet de calculer f_1 et f_2 en fonction de G et des constantes de couplage (2) entre mésons π et nucléons. Il convient de distinguer trois cas :

(2) Modifiées pour tenir compte de la masse du méson π :

$$\frac{G_1^2}{4\pi\hbar c} \approx 0{,}03, \qquad \frac{G_2^2}{4\pi\hbar c} \approx 0{,}10.$$

a. $|f_2| \gg |f_1|$. — On obtient pour valeur des différentes probabilités

$$\lambda^{\mu} \approx \lambda^{e}_{\nu} \approx 3.10^7 \text{ s}^{-1}, \qquad \lambda^{e}_{PS} \approx 10^3 \text{ s}^{-1},$$

ce qui donne pour vies moyennes des mésons π,

$$\tau_{PS} \approx 3.10^{-8} \text{ s}, \qquad \tau_{\nu} \approx 2.10^{-8} \text{ s}.$$

b. $|f_2| \sim |f_1|$ et *c.* $|f_2| \ll |f_1|$.

On trouve alors

$$\lambda^{\mu} \approx \lambda^{e}_{PS} \approx \lambda^{e}_{\nu} = 10^9 \text{ s}^{-1}, \qquad \text{d'où} \quad \tau_{PS} \approx \tau_{\nu} \approx 5.10^{-10} \text{ s}.$$

Les vies moyennes ainsi obtenues sont beaucoup trop courtes dans les trois cas précédents pour permettre l'observation des mésons π si ceux-ci ne sont pas créés localement, comme d'ailleurs les expériences permettent de le penser [1], [11]. Nous adopterons le cas *a.* c'est-à-dire $|f_2| \gg |f_1|$, comme étant le plus favorable; il convient de remarquer que l'on retrouve alors, pour les spectres β, la forme de Fermi, ce qui n'a pas lieu nécessairement pour les hypothèses *b.* et *c.*

4. **Désintégration du méson** μ. — Dans l'introduction, nous avons admis que les mésons μ étaient les mésons habituels du rayonnement cosmique observés aux basses altitudes. On sait que ces dernières particules sont radioactives β, ce que le schéma précédent doit pouvoir expliquer. Si l'on suppose que les mésons μ sont des électrons excités, on peut écrire l'élément de matrice de la transition état excité → état fondamental sous la forme $\psi^{*}_{\mu}\mathcal{H}\psi_e$ où $\mathcal{H}$ est l'opérateur d'interaction, ψ_{μ} et ψ_e les fonctions d'onde de l'électron dans l'état excité et l'état fondamental respectivement. Si l'on prend pour $\mathcal{H}$ l'opérateur $(\vec{\alpha}\,\vec{e})$ (émission ou absorption d'un photon [12]), ce qui correspond à la dissociation d'un méson μ en électron et photon, on trouve une vie moyenne beaucoup trop brève. S'il s'agit de l'émission d'une particule neutre ω suivant le schéma $\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \omega^0$, $\mathcal{H}$ contient deux nouvelles constantes que l'on peut ajuster pour obtenir une vie moyenne d'ordre de grandeur convenable; cependant, il est à noter que cette éventualité conduit également à des processus où le méson μ se désintègre en neutrino et en méson ω chargé. Dans tous les cas, les résultats sont peu satisfaisants, soit que l'on obtienne une vie moyenne trop brève, soit que l'on introduise, de façon arbitraire, de nouvelles particules. Il convient naturellement de remarquer que nous ne pouvons rien dire sur la validité de la méthode de calcul ci-dessus lorsqu'on adopte, pour $\mathcal{H}$, les opérateurs classiques dérivés des champs électromagnétique et mésoniques.

A côté du mode de désintégration précédent, il est à noter qu'il existe une autre possibilité : la dissociation du méson μ en un électron et deux neutrinos. Ce processus se calcule d'une façon analogue au phénomène de la radioactivité β [3].

5. **Conclusion.** — Quand on considère la désintégration du méson π, à la précision des résultats expérimentaux utilisés et en se basant sur la théorie de Møller [8], il semble correct de supposer que les constantes de couplage mésons π-mésons μ et mésons π-électrons-neutrinos sont les mêmes. Grâce aux formules (8) et compte tenu de $|f_2| \gg |f_1|$, on trouve alors que les mésons π_{PS} se transforment beaucoup plus rapidement en mésons μ qu'en électrons-neutrinos, tandis que, pour les corpuscules π_{ν} les probabilités des deux types de désintégration sont du même ordre. En ce qui concerne la radioactivité β du méson μ, on rencontre certaines difficultés qui ne permettent pas de conclure définitivement pour ce dernier phénomène.

Nous tenons à remercier M. A. Proca pour les discussions que nous avons eues avec lui au cours de ce travail et pour l'aide qu'il n'a cessé de nous apporter. L'un de nous tient à dire sa gratitude au Professeur Joliot pour la bienveillance avec laquelle il a suivi son travail depuis plusieurs années.

(3) **Note sur épreuves.** — Lors d'un séjour à Paris, le Professeur Møller a signalé un autre mode de calcul pour la désintégration du méson μ : on suppose que le méson chargé $\mu^{\pm}$ se transforme en méson neutre μ^0 avec émission d'un électron et d'nn électrino. Le processus est en tous points analogue à la radioactivité β du proton, ce qui permet de prendre comme constante de couplage, la constante de Fermi.

Manuscrit reçu le 26 mars 1948.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Lattès, Occhialini et Powell, *Nature*, 1947, **160**, p. 453 et 486.
[2] Frank, *Nature*, 1947, **160**, p. 525.
[3] Marty et Prentki, *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, p. 787.
[4] Møller et Rosenfeld, *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 1940, **17**, fasc. 8.
[5] Christy et Kusaka, *Phys. Rev.*, 1941, **59**, p. 414.
[6] T. S. Chang, *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 1942, **19**, fasc. 10.
[7] Yukawa, *Proc. Phys. Math. Soc. Japan*, 1938, **20**, p. 319. — Bethe et Nordheim, *Phys. Rev.*, 1940, **57**, p. 998.
[8] Møller, *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 1941, **18**, fasc. 6.
[9] Konopinski, *Rev. Mod. Phys.*, 1943, **4**, p. 239.
[12] Rozental, *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 1945, **23**, fasc. 11.
[11] Marshak et Bethe, *Phys. Rev.*, 1947, **72**, p. 506.
[12] Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, p. 95.

IMAGES MICROSCOPIQUES PRODUITES PAR UN FAISCEAU D'ÉLECTRONS DE RECUL

Par M. RISCO.

Sommaire. — Les images optiques qu'on obtiendrait en utilisant, dans un appareil corpusculaire, les électrons de recul de l'effet Compton, admettent une interprétation cinématique tout à fait analogue à celle des images produites, au moyen des rayons X, par le « microscope de Heisenberg ». Ce sont des images qui correspondent toujours à une source ponctuelle se mouvant avec la « vitesse équivalente ».

I. Dans un travail antérieur, consacré à l'étude du microscope imaginaire de Heisenberg, nous nous sommes occupés [1] de la théorie de la formation d'images au moyen des rayons X diffusés par effet Compton. Pour l'existence rigoureuse de ces images, ponctuelles et mobiles, certaines conditions optiques doivent être remplies. C'est ainsi, par exemple, que dans le cas d'une illumination réalisée perpendiculairement à l'axe du microscope, il est indispensable que l'électron, ou petit domaine irradié, soit situé dans un point aplanatique, c'est-à-dire, dans un point qui satisfasse à la « condition des sinus » d'Abbe.

Ce résultat, et d'autres analogues, ont pu être obtenus grâce à l'adoption d'un critérium servant à définir et conditionner, avec la rigueur relativiste, la formation d'images au moyen de faisceaux homocentriques composés par des rayons de longueurs d'onde variables. Nous avons été ainsi conduits à formuler la règle suivante :

Si un point rigoureusement stigmatique est le sommet d'un faisceau défini par une certaine distribution de longueurs d'onde et qui pénètre dans un instrument d'ouverture quelconque, il se formera une image ponctuelle mobile quand un observateur relativiste qui accompagne cette image dans son mouvement attribue une commune longueur d'onde à tous les rayons du faisceau.

La direction et la grandeur de la vitesse avec laquelle doit se mouvoir cet observateur pour réaliser l'égalisation des longueurs d'onde pour tous les rayons du faisceau émergent, donnent la direction et la grandeur de la vitesse de l'image ponctuelle mobile.

En général, pour qu'il soit possible d'arriver à une telle égalisation des longueurs d'onde, garantie indispensable de l'existence d'une image, il faudra que le sommet du faisceau incident soit placé en un point qui, en plus de celle de stigmatisme, remplisse une autre condition supplémentaire, celle-ci dépendant des conditions concrètes de l'expérience.

Avec l'appui de cette règle, et tenant compte de l'équation qui lie, dans chaque cas, la vitesse d'une image ponctuelle à la vitesse de l'objet, il est, en général, possible de calculer l'expression de celle-ci, qui peut être utilisée pour obtenir des renseignements relatifs à la source réelle et effective d'émission. En suivant ce procédé, c'est-à-dire par une méthode qui appartient strictement à l'optique microscopique, nous avons retrouvé, dans notre travail précédent, la « vitesse équivalente » de Compton comme vitesse de la source d'où émannent les rayons X diffusés. Il semble donc que la source observable dans l'expérience imaginaire de Heisenberg ne pourrait être, comme il l'admet implicitement, un simple électron nu, sinon une particule photon-électron que l'on peut considérer comme un « électron modifié » [2].

II. Il faut s'attendre à voir ce résultat confirmé par l'étude théorique des images qu'un faisceau d'électrons de recul produirait à travers un microscope corpusculaire, car, évidemment, on ne peut qu'attribuer à une seule et même source l'émission des deux sortes de particules (photons et électrons) qui caractérisent l'effet Compton.

Nous allons donc nous occuper maintenant de la formation de telles images électroniques.

Supposons qu'au point stigmatique P (*fig.* 1), ou dans un volume élémentaire qui l'entoure, les électrons diffuseurs se trouvent animés d'une vitesse initiale $\beta_0 c$ dirigée selon la normale à l'axe du microscope. Prenons comme direction du photon incident $h\nu_0$ la direction même de cette vitesse primaire.

(1) M. Risco, *J. de Physique*, 1947, 4, p. 123.

(2) Edmond Bauer, Pierre Auger et Francis Perrin, Sur la théorie de la diffusion des rayons X, *C. R. Acad. Sc.*, 1923, 177, p. 1211.

Le caractère du sujet en étude nous permet de considérer l'appareil corpusculaire comme composé simplement d'une série de miroirs parfaitement élastiques, de formes et de positions adéquates et de pouvoir ainsi raisonner avec un faisceau d'une ouverture quelconque. En limitant leurs développements en série, les calculs et les résultats pourraient être facilement adaptés au cas où l'on voudrait considérer la subsistance d'une aberration sphérique.

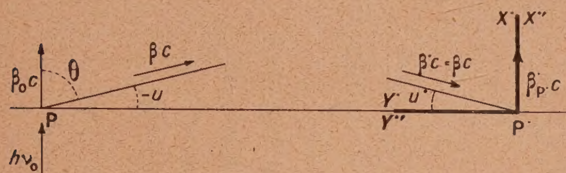


Fig. 1.

L'instrument reçoit donc le faisceau d'électrons de recul, au sein duquel la vitesse $v = \beta c$ varie avec l'angle θ du rayon et de la direction d'illumination. En appliquant les principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement et du fait de l'existence d'une vitesse initiale $\beta_0 c$ de l'électron, on arrive à une formule d'une certaine complexité, qui peut s'écrire

$$\beta = \frac{-ML \sin u + \sqrt{1 - L^2 + M^2 \sin^2 u}}{1 + M^2 \sin^2 u} \tag{1}$$

en utilisant, au lieu de θ, l'angle d'inclinaison $u = \theta - \frac{\pi}{2}$ du rayon corpusculaire par rapport à l'axe optique. Les paramètres auxiliaires M et L ont ici comme valeurs

$$L = \frac{1 + \alpha\sqrt{1 - \beta_0^2}}{\sqrt{1 - \beta_0^2} + \alpha(1 - \beta_0)}, \tag{2}$$

$$M = \frac{\beta_0 + \alpha\sqrt{1 - \beta_0^2}}{\sqrt{1 - \beta_0^2} + \alpha(1 - \beta_0)}, \tag{3}$$

où α désigne, comme toujours, le quotient $\frac{h\nu_0}{m_0 c^2}$ de la masse du photon incident à la masse au repos de l'électron.

Traversant l'appareil, le faisceau en question se transforme en un autre qui vient converger stigmatiquement au point P', conjugué de P. Or, ayant supposé que tous les miroirs employés sont d'une élasticité parfaite, il s'ensuit que chaque projectile électronique conservera sa vitesse individuelle sur toute sa trajectoire et que, en conséquence, il arrivera à P' sans éprouver d'autre changement que celui de son inclinaison par rapport à l'axe. On obtient ainsi, avec sommet en P', un faisceau conjugué qui est défini par un système de deux équations: d'une part, la même équation (1), qui s'écrit

$$\beta' = \frac{-ML \sin u + \sqrt{1 - L^2 + M^2 \sin^2 u}}{1 + M^2 \sin^2 u} \tag{4}$$

en remplaçant β par sa nouvelle notation β' et, d'autre part, une certaine équation de convergence

$$f(u, u') = 0 \tag{5}$$

dépendant des propriétés optiques de l'appareil pour le couple de points conjugués P, P'. Par simple élimination de u, on pourrait trouver la formule qui exprime, en fonction de l'inclinaison u', la distribution des vitesses autour du point P'.

Nous sommes maintenant en mesure de procéder à l'étude des conditions nécessaires pour l'existence d'une image.

III. Il est d'abord impossible d'admettre la formation en P' d'une image ponctuelle et immobile, car les projectiles qui s'y entrecroisent, à des instants qu'on ne peut même pas essayer de préciser, arrivent en P' avec des vitesses tout à fait différentes, évaluées par un observateur en repos par rapport à l'instrument, et cela signifie qu'il n'y a pas pour lui — à l'exemption de la masse au repos m_0 — aucune grandeur ou donnée mécanique commune aux rayons pour pouvoir être prise comme fondement de l'existence de l'image.

La question se présente tout autrement quand on envisage la formation en P' d'une image mobile. En effet, si certaines conditions optiques sont remplies, les vitesses avec lesquelles s'entrecroisent les projectiles deviennent entre elles égales pour un observateur relativiste qui traverse l'axe au point P' avec une vitesse de direction et grandeur adéquates. Étendant aux projectiles le critérium que nous avons appliqué aux images purement lumineuses (règle du paragraphe I), nous admettrons que cette vitesse spéciale de l'observateur représente exactement celle de l'image mobile, dont la formation interférentielle est garantie, comme conséquence immédiate de l'égalisation des vitesses, par la commune valeur, pour toutes les trajectoires, de la longueur d'onde et de la fréquence associées. L'image mobile, selon ces idées, pourrait, dans le fond, être conçue comme une source ponctuelle qui, traversant l'axe au point P', serait capable d'émettre, par décomposition élastique, le faisceau de particules m_0 qui est représenté par le système d'équations (4) et (5).

Passons enfin au développement des calculs.

Sur la figure ont été tracés les deux systèmes d'axes de coordonnées : le système X' Y', fixe par rapport au microscope, et le système X'' Y'' qui accompagne l'observateur. On doit choisir pour l'axe des abscisses une direction normale à l'axe instrumental, parce que la symétrie propre au faisceau incident indique clairement que c'est la seule direction suivant laquelle un observateur mobile pourrait réussir à égaliser les vitesses des projectiles. Nous appellerons $\beta_{P'} c$ la vitesse de l'observateur ou vitesse relative des deux référentiels et, au lieu de désigner par O et O', comme d'habitude, les origines de

coordonnées, nous le ferons par les lettres $P^{\cdot}$ et $P^{\cdot\prime}$.

Maintenant, et en employant toujours des vitesses référées par quotient à celle de la lumière, on peut partir de la valeur (4) de $\beta^{\cdot}$, de composantes

$$\beta^{\cdot}_{x} = -\beta^{\cdot} \sin u^{\cdot}, \qquad \beta^{\cdot}_{y} = -\beta^{\cdot} \cos u^{\cdot}$$

pour déduire, en appliquant les formules relativistes de composition des vitesses, les grandeurs correspondantes dans le système $X^{\cdot\prime}$ $Y^{\cdot\prime}$. Nous obtenons ainsi, en particulier, l'expression suivante, qui servirait à calculer $\beta^{\cdot\prime}$ en fonction de $\beta^{\cdot}$:

$$\beta^{\cdot\prime} = \sqrt{1 - \frac{(1-\beta^{\cdot 2}_{P^{\cdot}})(1-\beta^{\cdot 2})}{(1+\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.\beta^{\cdot}\sin u^{\cdot})^2}}.$$

Mais, laissant de côté, en ce moment, la substitution de $\beta^{\cdot}$ par sa valeur, rappelons qu'il faut, en définitive, exprimer la constance de $\beta^{\cdot\prime}$ pour toutes les trajectoires des projectiles, constance qui se traduit par celle de la fréquence associée

$$\nu^{\cdot\prime} = \frac{m_0 c^2}{h} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^{\cdot\prime 2}}} = \frac{m_0 c^2}{h} \frac{1+\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.\beta^{\cdot}\sin u^{\cdot}}{\sqrt{(1-\beta^{\cdot 2}_{P^{\cdot}})(1-\beta^{\cdot 2})}},$$

ou, ce qui revient au même, par la constance de

$$\frac{1+\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.\beta^{\cdot}\sin u^{\cdot}}{\sqrt{1-\beta^{\cdot 2}}}.$$

Il suffit déjà de donner à $\beta^{\cdot}$ sa valeur (4) pour obtenir

$$\frac{1+M^2\sin^2 u - \beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.\left(ML\sin u - \sqrt{1-L^2+M^2\sin^2 u}\right)\sin u^{\cdot}}{L+M\sqrt{1-L^2+M^2\sin^2 u}\,\sin u}$$

comme expression qui doit être indépendante de toute trajectoire particulière, ne changeant donc pas avec les angles d'inclinaison u et $u^{\cdot}$.

On arrive ainsi, finalement, à l'équation

$$M\sin u = \beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.L\,\sin u^{\cdot},$$

qui s'écrit aussi, en tenant compte de (2) et (3),

$$\frac{\sin u^{\cdot}}{\sin u} = \frac{M}{\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.L} = \frac{\beta_0+\alpha\sqrt{1-\beta_0^2}}{\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}.\left(1+\alpha\sqrt{1-\beta_0^2}\right)}. \qquad (6)$$

C'est précisément l'équation de convergence (5) que nous avions à déterminer.

En résumé, si l'on accepte notre point de vue, pour la formation au moyen des électrons de recul d'une image ponctuelle rigoureuse se déplaçant avec une vitesse déterminée $\beta^{\cdot}_{P^{\cdot}}$ perpendiculaire à l'axe, il est nécessaire que le sommet du faisceau incident soit placé en un point axial qui, en plus de stigmatique, remplisse la condition d'aplanatisme

$$\frac{\sin u^{\cdot}}{\sin u} = \text{const.}$$

Or, comme cette constante est égale, évidemment, à l'inverse du grandissement latéral de l'appareil corpusculaire pour le point P, et ce grandissement est défini par le quotient de la vitesse de l'image à celle de l'objet, le simple examen de la formule (6) mène à affirmer, en conclusion, que la vitesse *observée* (vitesse de la source d'électrons) a pour expression

$$\frac{\beta_0+\alpha\sqrt{1-\beta_0^2}}{1+\alpha\sqrt{1-\beta_0^2}},$$

qui n'est réellement qu'une « vitesse équivalente » de Compton : celle qui est propre au cas d'électrons initialement en mouvement.

IV. Le simple électron nu serait donc microscopiquement inobservable. C'est-à-dire, que quand on l'illumine par des rayons X et que l'on reçoit dans un microscope imaginaire le faisceau diffusé, ou même le faisceau d'électrons de recul, on se trouve en présence d'un point-objet qui se meut avec la « vitesse équivalente », ce qui correspond à l'hypothèse généralement admise de la formation, par effet Compton, d'une particule ou système intermédiaire photon-électron.

Manuscrit reçu le 10 mars 1948.

Le Gérant : Maurice Blondin. 129494 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1948.